ද මැසිනොද් විදුහල - කඳාන
De Mazenod College - Kandana

10	S	I

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 13 ශ්‍රේණිය
2018 අප්‍රේල් පරීක්ෂණය

2 - 04 - 2018

සංයුක්ත ගණිතය I
Combined Mathematics I

කාලය පැය 03

සියලුම ප්‍රශ්න වලට මෙම පත්‍රයේම පිළිතුරු සපයන්න.

A කොටස

01. $X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ලෙස දී ඇත. සියලු ධන නිඛිල n සඳහා $X^n = \begin{pmatrix} n+1 & -n \\ n & -n+1 \end{pmatrix}$ බව ගණිත අභ්‍යුහනයෙන් සාධනය කරන්න.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

02. $\dfrac{x(x-2)}{x+3} \geq \dfrac{1}{2}$ අසමානතාව සපුරාලන x හි අගය පරාස සොයන්න.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

(දෙවෙනි පිටුව බලන්න)

03. $(1+x)(1+kx)^{12} = 1 - 3x + px^2 + \ldots\ldots\ldots$ වේ නම්, k හා p සොයන්න.

04. එකම ආගන්ඩ් සටහනක $Arg\ (Z+1) = \dfrac{\pi}{3}$ සහ $Arg\ (Z-1) = \dfrac{5\pi}{6}$ සපුරාලන Z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා මඟින් නිරූපණය කරනු ලබන ලක්ෂයන්හි පථවල දළ සටහනක් ඇඳ එවායේ ඡේදන ලක්ෂ මඟින් නිරූපණය කරනු ලබන සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව සොයන්න.

05. අධ්‍යාපන නිලධාරීන් 9 දෙනෙක් කණ්ඩායම් තුනකට වෙන කළ යුතුව ඇත. එක් එක් කණ්ඩායමට යටත පිරිසෙයින් නිලධාරීන් දෙදෙනෙකුවත් සිටින සේ කණ්ඩායම් වෙන් කළ හැකි ආකාර ගණන 1918 බව පෙන්වන්න.

(අනෙක් පිටුව බලන්න)

06. $\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{5}-\sqrt{4+Cosx}}{xSinx} = \frac{1}{4\sqrt{5}}$ බව පෙන්වන්න.

07. $P\left(at^2, at^3\right)$ ලක්ෂයේ දී $ay^2 = x^3$ වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකය Q හිදී වක්‍රයට නැවත හමු වේ. මෙහි a යනු නියතයකි. t අසුරින් Q හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

08. කොටස් වශයෙන අනුකලනය භාවිතා කරමින්, $\int \frac{1}{\ln x} dx = \frac{x}{\ln x} + \int \frac{1}{(\ln x)^2}\, dx$ බව පෙන්වා,

එමඟින්, $\int_2^e \frac{\ln\ x - 1}{(\ln\ x)^2}\, dx$ අගයන්න.

09. P හා Q යනු පිළිවෙලින් $(-a,\ 0)$ සහ $(a\ Cos\theta,\ a\ Sin\theta)$ ඛණ්ඩාංක සහිත $x^2+y^2=a^2$ වෘත්තය මත වන ලක්ෂ්‍යය යයි ගනිමු. $PQ=QR$ වනසේ PQ ජ්‍යාය R දක්වා විස්තීරණය කර ඇත. R හි ඛණ්ඩාංක සොයා θ විචලනය වන විට R හි පථය $(x-a)^2+y^2=4a^2$ බව පෙන්වන්න. මෙම වෘත්තය අනුබද්ධයෙන් $(a,\ a)$ ලක්ෂයේ පිහිටීම සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

10. $-\pi<\theta<\pi$ වන විට $\left(Cos\frac{\theta}{2}+Sin\frac{\theta}{2}\right)^2=1+Sin\theta$ බව පෙන්වන්න.

එමගින් $Cos\,{}^{\pi}\!/_{12}+Sin\,{}^{\pi}\!/_{12}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ බව පෙන්වා $Cos\frac{\pi}{12}-Sin\frac{\pi}{12}$ සඳහා අගය ලබා ගන්න.

$Sin\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$ බව අපෝහණය කරන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Roy Dissanayake B.Sc. (Dip. in Ed.)

10 | S | 1

ද මැසිනොද් විදුහල - කඳාන
De Mazenod College - Kandana

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 13 ශ්‍රේණිය
2018 අප්‍රේල් පරීක්ෂණය

2 . 04 . 2018

සංයුක්ත ගණිතය I
Combined Mathematics I

කාලය පැය 03

B කොටස

ප්‍රශ්න 5 කට පිළිතුරු සපයන්න.

(11) (a) $px^2+qx+r=0$; $p,\ r \neq 0$ සමීකරණයේ මූල $Sin\alpha$,$Cos\alpha$ වේ නම්,

$(Sin\alpha+Cos\alpha)^2$ සැලකීමෙන් $(p+r)^2=q^2+r^2$ බව පෙන්වන්න.

$Sin^3\alpha+Cos^3\alpha=q\dfrac{(r-p)}{p^2}$ බව සාධනය කර, $Sin^3\alpha$ සහ $Cos^3\alpha$ මූල ලෙස පවතින වර්ගජ සමීකරණය සොයන්න.

(b) $(b-c)\ x^2+(c-a)\ x+(a-b)=0$ සමීකරණයේ මූල සමපාත වේ නම්, $a,\ b,\ c$ සමාන්තර ශ්‍රේණියක පිහිටන බව පෙන්වන්න.

(c) $f\ (x)=x^3-x^2+ax+b$ බහු පදයේ $(x+1)$ සාධකයක් වේ. $f\ (x)$, $(x-1)$ න් බෙදූවිට ශේෂය -8 වේ. a හා b නියත සොයා $f\ (x)$ සම්පූර්ණයෙන් සාධක වලට වෙන් කරන්න.

---

(12) (a) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $r^2-r-5=A\ (r^2-1)\ (r+5)-Br^2[r+4]$ වන පරිදි A හා B නියත සොයන්න. එනයින්, $u_r=\dfrac{r^2-r-5}{r\ (r+1)\ (r+4)\ (r+5)}$, $r \in \mathbb{Z}^+$ වේ නම්,

$u_r=f\ (r)-f\ (r+1)$ වන පරිදි $f\ (r)$ ශ්‍රිතයක් සොයන්න.

$\sum_{r=1}^{n}u_r=\dfrac{n}{(n+1)\ (n+5)}$ බව සාධනය කර, $S_n=\sum_{r=1}^{n}u_r$ නම්, $\lim_{n\to\alpha}S_n$ අභිසාරී බව පෙන්වන්න.

(දෙවෙනි පිටුව බලන්න)

(b) O B S E Q U I O U S N E S S යන වචනය සලකමු.

(i) අකුරු සියල්ලම ගෙන සෑදිය හැකි සංකරණ ගණන සොයන්න.

(ii) එක් වරකදී අකුරු හතරක් බැගින් ගෙන සෑදිය හැකි සංකරණ ගණන ද සොයන්න.

---

(13) (a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ සහ $f(x) = x^2 - 4x + 7$ යැයි ගනිමු.

(i) $f(A) = 0$ බව පෙන්වන්න.

(ii) එම ප්‍රතිඵලය නැවත නැවත යෙදීමෙන් $A^5 + 31A + 56I_2 = 0$ බව පෙන්වන්න. මෙහි I_2 යනු 2×2 ඒකක න්‍යාසයයි.

එනයින්, $A^5 = \begin{pmatrix} -118 & -93 \\ 31 & -118 \end{pmatrix}$ බව ද පෙන්වන්න.

(iii) එනයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ $A^{-1} = \frac{1}{7}\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ බව ද පෙන්වන්න.

(b) (i) විජීය ක්‍රමයක් උපයෝගී කර ගනිමින් $\frac{(-1+i)^3}{(1+i)^4}$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවේ මාපාංකය සහ විස්ථාරය සොයන්න.

(ii) ආගන්ඩ් සටහනේ P ලක්ෂය මගින් $Z = r\,(Cos\theta + iSin\theta)$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව නිරූපණය කරයි. OP රේඛාව α කෝණයකින් වාමාවර්තව භ්‍රමණය කිරීමෙන් ලැබෙන R ලක්ෂ්‍යට අනුරූප සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව $^{-}Z^{1} = Z\,(Cos\alpha + iSin\alpha)$ බව පෙන්වන්න.

P_1 හා P_2 ලක්ෂය ආගන්ඩ් සටහනෙහි පිළිවෙලින් $3+2i$ සහ $5+4i$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව නිරූපණය කරයි. $P_1\ P_2$ රේඛාව P_1 වටා වාමාර්තව 60^0 භ්‍රමණය කිරීමෙන් ලැබෙන P_3 ලක්ෂ්‍යයේ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව $(4-\sqrt{3}) + i\,(3+\sqrt{3})$ බව ද පෙන්වන්න.

(තුන්වෙනි පිටුව බලන්න)

(14) (a) $y = Tan^{-1}\left(Sec\ x + Tanx\right)$ නම්, $2\frac{dy}{dx} - 1 = 0$ බව පෙන්වන්න.

(b) $x \neq \pm 1$ සඳහා $f\ (x) = \frac{a}{(x-1)^2} + \frac{b}{(x+1)}$ යැයි ගනිමු. $a,\ b,$ තාත්වික නියත වේ.

$y = f\ (x)$ ප්‍රස්ථාරයට (0, 2) හිදී හැරුම් ලක්ෂයක් ඇති බව දී ඇත. $a = \frac{2}{3}$ සහ $b = \frac{4}{3}$ බව පෙන්වන්න. $f^{1}(x) = -\frac{4x}{3}\left\{\frac{(x-1)^2 + 4}{(x-1)^3(x+1)^2}\right\}$ බව ද සාධනය කර (0, 2) යනු එකම හැරුම් ලක්ෂය බව ද පෙන්වන්න. තවද ස්පර්ශෝන්මුඛ රේඛා පැහැදිලිව දක්වමින් $y = f\ (x)$ හි ප්‍රස්ථාරය ඇඳ එනයින් $|f|(x)$ හි සටහනද ඇඳ දක්වන්න.

(c) ඝන ගෝලයකින් ඍජු වෘත්ත සිලින්ඩරයක් කපා ගනු ලබන්නේ එහි අක්ෂය ගෝලයේ කේන්ද්‍රය හරහා පවතින පරිදි ය. සිලින්ඩරයේ උපරිම පරිමාව ගෝලයේ පරිමාව මෙන් $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ක් බව සාධනය කරන්න.

---

(15) (a) $x = 2Sin\theta$ ආදේශය යොදා ගනිමින් $\int_0^1 \frac{1}{(2+x)^{1/2}(2-x)^{3/2}}dx = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$ බව පෙන්වන්න.

(b) $G(x) = \frac{1}{(x+2)\ (x^2+8)}$ භින්න භාග ඇසුරින් ප්‍රකාශ කරන්න.

$g(x) = \frac{1}{12\sqrt{2}}Tan^{-1}\left(\frac{x}{2\sqrt{2}}\right) + \frac{1}{24}\ln\left|\frac{(x+2)^2}{x^2+8}\right| + C$ බව අපෝහනය කරන්න. මෙහි C අභිමත නියතයක් සහ g යනු $g^{1}(x) = G(x)$ පරිදි වූ ශ්‍රිතයකි.

(c) කොටස් වශයෙන් අනුකලන ක්‍රමය යොදා ගනිමින් $I_n = \int x^n Sinx\ dx$ නම් එවිට

$I_n + n(n-1)\ I_{n-2} = x^{n-1}\left(n\ Sinx - xCosx\right)$ බව පෙන්වන්න.

(හතරවෙනි පිටුව බලන්න)

(16) (a) සමාන්තරාස්‍රයක යාබද පාද දෙකක සමීකරණ $3x - 4y + 14 = 0$ සහ $6x - 5y + 4 = 0$ වේ. එහි එක් විකර්ණයක සමීකරණය $3x - y - 1 = 0$ වේ. සමාන්තරාස්‍රයේ ඉතිරි පාද වල සහ විකර්ණයේ සමීකරණ සොයන්න.

(b) $x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$ වෘත්තයේ පරිධිය $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + C = 0$ වෘත්තය මඟින් සමච්ඡේදනය වීම සඳහා අවශ්‍යතාවය සොයන්න. $S = 0$ වෘත්තය (1, 1) ලක්ෂය හරහා ගමන් ගන්නා අතර එහි පරිධිය $S_1 = x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0$ වෘත්තය මඟින් සමච්ඡේදනය වේ. $S = 0$ වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයේ පථය වෘත්තයක් බව පෙන්වා එහි සමීකරණය ලබා ගන්න.

---

(17) (a) $Tan^{-1}x + Tan^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) + Tan^{-1}\left(\frac{x}{3}\right) = \frac{\pi}{2}$ සමීකරණය විසඳන්න.

(b) $f(x) = 3Cos^2x + 8SinxCosx - 3Sin^2x$ ලෙස ගනිමු.

මෙහි $x \in \Re$ වේ.

(i) $f(x) = ASin(2x + \alpha)$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $0 < \alpha < \pi/2$ වේ. $A > 0$ වන පරිදි නියතයකි

(ii) එනයින් $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$ පරාසය තුළ $f(x)$ හි දළ සටහනක් අඳින්න.

(c) ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් නියමය ප්‍රකාශ කරන්න. $ABCD$ ත්‍රපීසියමේ AB සහ CD සමාන්තර වේ. $D\hat{C}B = 90^0$ වේ. $A\hat{D}B = \hat{\theta}$ සහ $BC = p$ වන අතර, $CD = q$ වේ. $AB = \dfrac{(p^2 + q^2)\ Sin\,\theta}{pCos\,\theta + q\ Sin\,\theta}$ බව පෙන්වන්න.

Roy Dissanayake B.Sc. (Dip. in Ed.)

10	S	II

ද මැසිනොද් විදුහල - කඳාන

De Mazenod College - Kandana

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 13 ශ්‍රේණිය

2018 අප්‍රේල් පරීක්ෂණය 29.03.2018

සංයුක්ත ගණිතය II
Combined Mathematics II

කාලය පැය 03

A කොටසේ ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු සපයන්න.

A කොටස

01. සරල මාර්ගයක පිහිටි A හා B නම් වූ ලක්ෂ දෙකකින් පිළිවෙලින් C_1 හා C_2 නම් වූ සයිකල්කරුවන් දෙදෙනෙක් $\overrightarrow{AB}$ දිශාවට V_1 හා V_2 ප්‍රවේගවලින් චලනය අරඹයි. සයිකල්කරුවන්ගේ නියත ත්වරණයන් පිළිවෙලින් a_1 හා a_2 වේ. $V_1 > V_2$ හා $a_1 < a_2$ වන විට C_1 ට සාපේක්ෂව C_2 හි චලිතයට අදාළ ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාරය අඳින්න. එනයින් $AB < \frac{1}{2}\frac{(V_2 - V_1)^2}{(a_2 - a_1)}$ වන විට C_1 විසින් C_2 පසු කරන බව පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Learning Resource Centre
De Mazenod College Kandana

02. අංශුවක් O ලක්ෂයක සිට u ප්‍රවේගයෙන් තිරසට θ කෝණයක් ආනතව ගුරුත්වය යටතේ සිරස් තලයක ප්‍රක්ෂේපණය කරයි. T කාලයකට පසු එය පළමු ප්‍රක්ෂේපණ දිශාවට ලම්බකව V ප්‍රවේගයෙන් චලනය වේ. $\underline{V} = \underline{u} + \underline{a}t$ භාවිතා කර දෛශික ත්‍රිකෝණයක් ඇඳීමෙන් $T = \frac{u}{g} Co\sec\theta$ බව පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

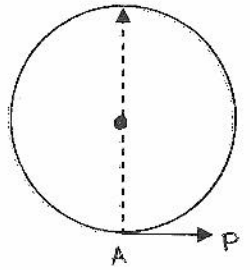
....

(දෙවෙනි පිටුව බලන්න)

03. ස්වකීය එන්ජිම $H.K.W.$ වලින් ක්‍රියා කරමින් $ukmh^{-1}$ නියත ප්‍රවේගයෙන් ස්කන්ධය Mkg වන ට්‍රක් රථයක් තැනිතලා වූ මාර්ගයක චලනය වේ. රථය නිව්ටන් R නියත ප්‍රතිරෝධයකට භාජනය කරයි නම්, $R = 3600Hu^{-1}$ බව පෙන්වන්න. ඉහත ප්‍රතිරෝධය මඟින් තිරසට $Sin^{1}\left(\frac{1}{n}\right)$ ආනතියක් ඇති කන්දක 2 Hw උපරිම ජවයකින් Vms^{-1} උපරිම ප්‍රවේගයෙන් ඉහළට චලනයවේ නම් එවිට $V\left(Mgu + 3600Hn\right) = 2Hnu$ බව පෙන්වන්න.

04 ස්වභාවික දිග a සහ ප්‍රත්‍යාස්ථ මාපාංකය $3mg$ වන ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් සිවිලිමක O අචල ලක්ෂයකට ද, අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ p අංශුවකට ද ගැටගසා ඇත. ආරම්භයේ දී O ලක්ෂයට සිරස් ව පහළින් P වන පරිදි $OP = 2a$ වන ලෙස අංශුව නිසලතාවයෙන් තබා සීරුවෙන් මුදා හරී. ශක්ති සංස්ථිති නියමය යොදා ගනිමින් තන්තුව යාන්තමින් බුරුල් වන විට අංශුවේ ප්‍රවේගය $2\sqrt{ga}$ බව පෙන්වා අනතුරුව සිදුවන චලිතයේ දී අංශුව සිවිලිමේ නොවදින බවත්, ගුරුත්වය යටතේ චලිත කාලය $2\sqrt{a/g}$ බවත් පෙන්වන්න.

05.



සටහන පරිදි W බර වෘත්තාකාර වලල්ලක් රළු නාදත්තක් යෙදීමෙන් එල්ලා ඇත. A ලක්ෂයේ යෙදෙන අනුක්‍රමයෙන් වැඩිවන P තිරස් බලයක් යෙදූවිට A හරහා ඇති විෂ්කම්භය යටි අත් සිරස සමඟ $\hat{\theta}$ කෝණයක් සාදයි. ඝර්ෂණ සංගුණකය μ නම්, වලල්ල සමතුලිතව පැවතීමට $\frac{Tan\theta}{\left(2 + Tan^2\theta\right)} < \mu$ වියයුතු බව පෙන්වන්න.

(තුන්වෙනි පිටුව බලන්න)

06. තිත් ගුණිතය හෙවත් අදිශ ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.

(i) $\underline{a}$, $\underline{b}$, $\underline{c}$ යනු ඒකක දෛශික වේ. $(\underline{a}+2\underline{b})$ හා $(5\underline{a}-4\underline{b})$ දෛශික එකිනෙකට ලම්බක නම්, $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ දෛශික දෙක අතර කෝණය 60^0 බව පෙන්වන්න.

(ii) ඉහත ප්‍රතිඵල ඇසුරින් $\left|\underline{a}+\underline{b}\right|^2=3$ බවද අපෝහණය කරන්න.

07. ඒකාකාර ඝන සිලින්ඩරයකින් කේතුවකින් කපා ඉවත් කරනු ලැබේ. කේතුවේ ආධාරකය සිලින්ඩරයේ අක්ෂය සමඟ සමපාත වේ. කේතුවේ උස h_2 හා සිලින්ඩරයේ උස h_1 වේ. සිලින්ඩරයේ බරින් අර්ධයක් කේතුවේ බර නම් හා කපා ඉවත් කරන කොටසේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය කේතුවේ ශීර්ෂය සමපාත වේ නම්, එවිට $h_1 : h_2 = 5:4$ බව පෙන්වන්න.

08. දිග $2a$ වන AB ඒකාකාර දණ්ඩක A කෙළවර සුමට අසව්වකට සන්ධි කර ඇත. B අනෙක් කෙළවරට බැඳ තිබෙන දිග $2a$ වන සැහැල්ලු තන්තුවකින් එය A හා එකම තිරස් මට්ටමේ පිහිටි C ලක්ෂයකට සම්බන්ධ කර ඇත්තේ තන්තුව හා දණ්ඩ තිරසට $\hat{\theta}$ ආනතවන පරිදි ය. තන්තුවේ ආතතිය $\frac{w}{4}Co\sec\theta$ බව පෙන්වා සුමට සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{w}{4}\sqrt{8+Co\sec^2\theta}$ බව සාධනය කරන්න.

- (හතරවෙනි පිටුව බලන්න)

09. (i) A හා B අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි නම්,

$P\left(A/B^1\right)=\dfrac{P(A)}{1-P(B)}$ සහ $P\left(A/A\cup B\right)=\dfrac{P(A)}{P(A)+P(B)}$ බව ද පෙන්වන්න.

(ii) Ω නියැදි අවකාශයක A හා B සිද්ධි දෙකක සම්භාවිතා

$P(A)=\dfrac{5}{12}$, $P(A\cap B)=\dfrac{1}{4}$, $P\left(A/B^1\right)=\dfrac{5}{12}$ වේ. $P(B)$ සොයා A හා B ස්වායත්ත වන බව පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

10. කිසියම් සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තියක නිරීක්ෂණ 9 ක් ඇති අතර ඒවා 3 , 5 , 5 , 6 , 10 , 13 , 13 , x , y වේ. ව්‍යාප්තියේ මාතය 5 සහ මධ්‍යන්‍යය 8 නම්, x හා y සොයන්න. එමගින් මධ්‍යස්ථය සොයන්න. විචලතාවය ගණනය කරන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Roy Dissanayake (B.Sc. (Dip. in Ed.)

ද මැසිනොද් විදුහල - කඳාන

10 | S | II

De Mazenod College - Kandana

29.03.2018

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 13 ශ්‍රේණිය
2018 අප්‍රේල් පරීක්ෂණය

සංයුක්ත ගණිතය II
Combined Mathematics II

කාලය පැය 03

ප්‍රශ්න පහකට පිළිතුරු සපයන්න.

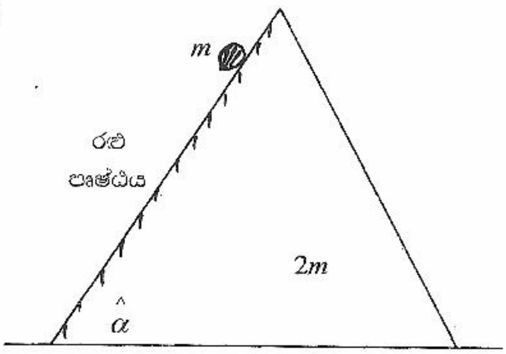
B කොටස

11. (a) තිරසට 30^0 ආනතියකින් යුතු රළු ආනත තලයක උපරිම බෑවුම් රේඛාවේ පිහිටි ලක්ෂයන් දෙකක් A හා B වන අතර $AB = 2a$ ද, A ලක්ෂය B ට පහළින් ද පිහිටයි. A හා B සිට එකිනෙක වෙත u ප්‍රවේගයෙන් P හා Q ස්කන්ධ සමාන අංශු දෙකක් ප්‍රක්ෂේපණය කරයි. P අංශුවක් තලයත් හා Q අංශුවක් තලයත් අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය පිළිවෙලින් $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ හා $\frac{2}{\sqrt{3}}$ වේ. P හි මන්දනය $\frac{3g}{4}$ හා Q හි මන්දනය $\frac{g}{2}$ බව පෙන්වන්න. අංශු දෙක නිසලතාවට පැමිණීමට පෙර ගැටේ නම්, අංශු දෙකේ චලිතය සඳහා එකම සටහනක ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාර ඇඳ එමගින් $u^2 \geq \frac{3ag}{5}$ බව පෙන්වන්න.

(b) අහස් යානයකට නිසල වායුගෝලයෙහි $U\ Kmh^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කළ හැකි ය. $V\ Kmh^{-1}$ නියත ප්‍රවේගයෙන් උතුරු දෙසින් හමන කුණාටුවක් ඇති දිනෙක මෙම අහස්යානය A නගරයක් සිට ඊට d $km.$ දුරක් ඈතින් පිහිටි B නගරය වෙත කෙළින් ම ගොස් නොනැවතී ආපසු පැමිණේ. A නගරයට උතුරේ සිට 30^0 ක් බටහිර දෙසින් B නගරය පිහිටා ඇත්නම්, A සිට B වෙත යාමේ දී හා B සිට A වෙත ආපසු ඒමේ දී අහස්යානය යොමු කළයුතු දිශාව AB ට ආනත වන කෝණය $\hat{\alpha}$ නම්, $Sin\alpha = \left(\frac{V}{2U}\right)$ බව පෙන්වන්න. ගමනට ගතවූ මුළු කාලය පැය $\frac{d\left(4U^2 - V^2\right)}{2\left(U^2 - V^2\right)}$ බවද පෙන්වන්න.

(දෙවෙනි පිටුව බලන්න)

12. (a)



සටහන පරිදි සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇති ස්කන්ධය $2m$ වන කුඤ්ඤයක තිරසට $\hat{\alpha}$ ආනතියකින් යුතු මුහුණත රළු වේ. එම රළු මුහුණත මත ස්කන්ධය m වන අංශුවක් තබා පද්ධතිය මුදා හරිනු ලැබේ. කුඤ්ඤය f ත්වරණයෙන් යුතුව චලනය වේ නම්, එවිට

$$2f = (g\ Cos\alpha - f\ Sin\alpha)(Sin\alpha - \mu\ Cos\alpha)$$

බව පෙන්වන්න.

මෙහි μ යනු රළු මුහුණතෙහි සහ අංශුව අතර ඝර්ෂණ සංගුණකයයි. තවද, $\mu < Tan\alpha$ වේ.

(b) මිනිසෙක් ඔහුගේ පාමුලට h සිරස් උසකින් පිහිටි ලක්‍ෂයක සිට තිරස් හා සිරස් ප්‍රවේග සංරචක පිළිවෙලින් u සහ v වන පරිදි බෝලයක් ගුරුත්වය යටතේ සිරස් තලයක ප්‍රක්ෂේපණය කරයි. බෝලය ඔහුගේ පාමුල සිට d තිරස් දුරකින් පිහිටිසුමට සිරස් බිත්තියක එයට ලම්බකව ගැටී පොලාපැන මිනිසාගේ පාමුලට පැමිණේ. $2g\ he^2 = v^2(1-e^2)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි e යනු බෝලය හා බිත්තිය අතර ඇති ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකයයි. බෝලය හා බිත්තිය අතර ගැටුමේ ආවේගය ද සොයන්න.

---

13. (a) a දිගැති ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් පිරිපුන් රළු තිරස් මේසයක් මත නිසලතාවයෙහි තිබෙන M ස්කන්ධයකින් යුත් A භාරයක් ඈඳ තිබේ. ස්කන්ධය m වන B අංශුවක් A සිට a තිරස් දුරකින් අල්ලා තබා ගෙන සිරස් ලෙස උඩු අතට $u; \left(3 \le \frac{u^2}{ag} \le 6\right)$ ප්‍රවේගයෙන් මේසයේ සිට ඉහළට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. A භාරය නිසලතාවයේ ඇතැයි උපකල්පනය කර AB තන්තුව තිරස සමඟ $\hat{\theta}$ සාදන විට $a^2\dot{\theta}^2 = u^2 - 2gaSin\theta$ බව පෙන්වා තන්තුවේ ආතතිය T නම්, $\frac{T}{mg} = \frac{u^2}{ag} - 3Sin\theta$ බව පෙන්වන්න.

මෙවිට A භාරය මත මේසයේ අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාව $Mg\left\{1 - \frac{m}{M}Sin\,\theta\left(\frac{u^2}{ag} - 3Sin\,\theta\right)\right\}$ බවද පෙන්වා m අංශුව අර්ධ වෘත්ත පථයක චලිත වීමට නම්, $u > \sqrt{3ga}$ බවද පෙන්වන්න.

27.03.2018
සංයුක්ත ගණිතය II
13 ශ්‍රේණිය

(b) ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක් ගුරුත්වය යටතේ ලක්ෂයකින් අංශුවක් එල්ලා තිබේ. මෙම අංශුව සමතුලිතව පවතින විට එහි ස්වභාවික දිගේ සිට e දුරකට ඇදෙයි. එම ලක්ෂයේ සිට පහළට x දුරක් ඇදුනු විට අංශුව $\ddot{x}+w^2x=0$ සමීකරණයට අනුරූප සරල අනුවර්ති චලිතයක් දක්වන බව පෙන්වා එහි දෝලන කාලා වර්තය $2\pi\sqrt{\frac{e}{g}}$ බව පෙන්වන්න.

සමතුලිත පිහිටීමේ සිට පහළින් $3e$ දුරකට අංශුව පහළට ඇද මුදා හැරිය විට අංශුව $\left\{\pi - Cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)+2\sqrt{2}\right\}\sqrt{\frac{e}{g}}$ කාලයක් ඉහළ නගින බව පෙන්වන්න.

Learning Resource Centre
R
De Mazenod College
Kandana

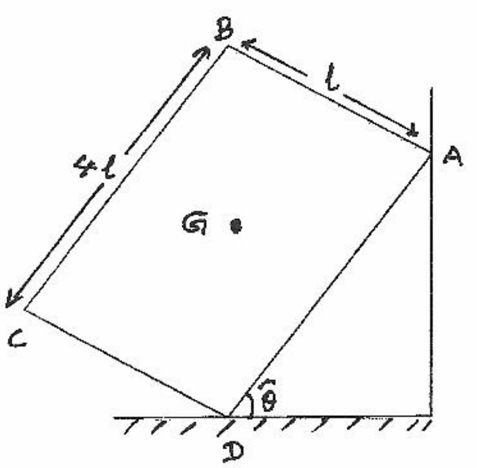
---

14. (a) $OACB$ යනු සමාන්තරාස්‍රයකි. එහි $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ පාද මගින් පිළිවෙලින් $\underline{a}$ සහ $\underline{b}$ දෛශික නිරූනය කරයි. L , M යනු පිළිවෙලින් AC හිත් CB හිත් මධ්‍ය ලක්ෂ වේ. X හිදී OL සහ AM ඡේදනය වෙයි.

$\overrightarrow{OX} = \frac{4}{5}\left(\underline{a}+\frac{1}{2}\underline{b}\right)$ බව පෙන්වන්න.

N හිදී CX ට OA හමුවෙයි නම්, $\overrightarrow{ON} = \frac{2}{3}\underline{a}$ බවද සාධනය කරන්න.

(b)



ඒකාකාර සෘජු කෝණාස්‍රාකාර බර w වූ පෙට්ටියක් එහි එක් දාරයක් ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වූ රළු තිරස් තලයකට හා සුමට සිරස් බිත්තියට හේත්තු කර තබා ඇත. A ලක්ෂය දී පෙට්ටිය මත යෙදෙන බලය සොයා මෙම මොහොතේදී පෙටටිය ලිස්සීමට ආසන්න අවස්ථාවේ වේ නම් එවිට $Tan\theta = \frac{4}{(1+8\mu)}$ බව සාධනය කරන්න.

(මෙහි $ABCD$ පෙට්ටියේ G ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය හරහා යන සිරස් හරස්කඩක් ලෙස රූපයේ නිරූපනය කර ඇති බව සළකන්න.)

(හතරවෙනි පිටුව බලන්න)

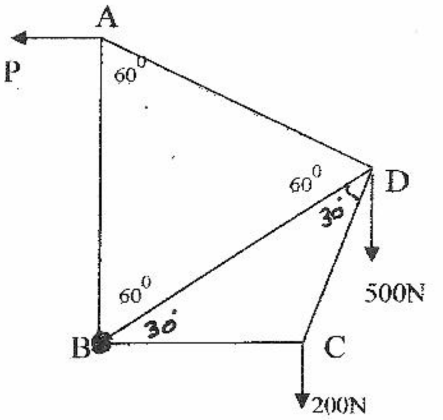
15. (a) එකඑකක දිග $4a$ බැගින් වන AB, BC හා CD ඒකාකාර දඬු තුනක බර පිළිවෙලින් λw, w හා λw වේ. ඒවා B හීදී හා C හීදී සුමටව සන්ධි කර A හා D කෙළවරවල් එකිනෙකට $8a$ දුරකින් ඇතින් එකම තිරස් මට්ටමේ වූ අචල ලක්ෂ දෙකකට සුවලව අසව් කර ඇත්තේ AD ට පහළින් BC පවතිමින් පද්ධතිය සිරස් තලයක සමතුලිතව පිහිටන පරිදිය.

(i) A හි ප්‍රතික්‍රියාවේ තිරස් හා සිරස් සංරචක පිළිවෙලින් $\frac{w}{2\sqrt{3}}(\lambda+1)$ සහ $\left(\lambda+\frac{1}{2}\right)w$ බව පෙන්වන්න.

(ii) B හි ප්‍රතික්‍රියාවේතිරස් හා සිරස් සංරචක සොයන්න.

(iii) BC දණ්ඩ මත B හිත් C හිත් ප්‍රතික්‍රියා වල ක්‍රියා රේඛා BC ට $\frac{3a}{2}$ සිරස් දුරක් පහළින් වූ ලක්ෂයක දී හමුවේ නම්, එවිට $\lambda = 3$ බව ද පෙන්වන්න.

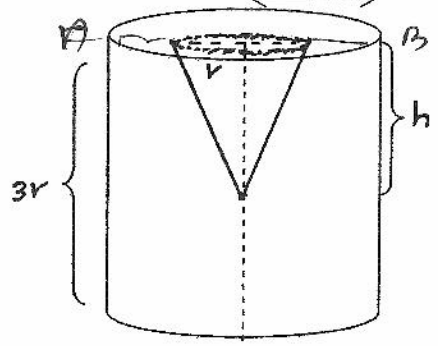
(b)



සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලක් රූපයේ දැක්වේ. B ලක්ෂයකදී දෘඪ ලක්ෂයකට අසව් කර ඇති අතර, A හීදී යෙදෙන P තිරස් බලයකින් රාමු සැකිල්ල සමතුලිතව තබා ඇත. P බලයේ විශාලත්වය සොයා AB හා AD දඬුවල ප්‍රත්‍යා බල ගණනය කරන්න. C සන්ධියට පමණක් ප්‍රත්‍යා බල රූපයක් ඇඳ BC හා CD දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයා ඒවා ආතති ද, තෙරපුම් ද යන්න නිර්ණය කරන්න.

---

16. උස h වන ඝන කේතුවක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය එහි ශීර්ෂයේ සිට $\frac{3}{4}h$ දුරකින් සමමිතික අක්ෂය මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.



(පස්වෙනි පිටුව බලන්න)

29. 03. 2018

උස $3r$ හා අරය $2r$ වන ඒකාකාර ඝන සිලින්ඩරයක උස h ද, ආධාරකයේ අරය r ද වන ඝන කේතුවක් ඉවත් කිරීමෙන් රූපයේ පරිදි අච්චුවක් (mould) සාදා ඇත. කේතුවේ සහ සිලින්ඩරයේ අක්ෂ සමපාත වෙයි. AB යනු සිලින්ඩරයේ ඉහළ කෙළවරෙහි වූ විෂ්කම්භයකි.

අච්චුවේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයට AB සිට දුර $\dfrac{216r^2 - h^2}{4(36r-h)}$ බව පෙන්වන්න.

$h = 2r$ නම්, අච්චුව A ගෙන් එල්ලූ විට AB සිරස සමඟ සාදන කෝණය $\hat{\theta}$ නම්,

$\hat{\theta} = Tan^{-1}\left(\dfrac{53}{68}\right)$ බවද සාධනය කරන්න.

තවද, අච්චුවේ බර w නම්, AB සිරස් ව සමතුලිතව තැබීම සඳහා B ලක්ෂයට යෙදිය යුතු තිරස් බලය ද සොයන්න.

---

17. (a) කමිස නිපදවන කර්මාන්ත ශාලාවක A, B, C, D වර්ග තුනක කමිස නිපදවයි. මුළු නිෂ්පාදනයෙන් 30% ක් A වර්ගයේ ද, 25% ක් B වර්ගයේ ද, 25% ක් C වර්ගයේ ද, 20% ක් D වර්ගයේ ද, නිපදවයි. A, B, C, D වර්ගවලින් නිපදවන කමිස වලින් පිළිවෙලින් 3% , 2% , 3% , 1% ක් දෝෂ සහිත ඒවා වේ. මෙම නිෂ්පාදන වලින් සසම්භාවී ලෙස තෝරාගත් කමිසයක් දෝෂ සහිත වීමේ සම්භාවිතාව 0.021 බව පෙන්වන්න.තෝරාගත් කමිසයක් දෝෂ සහිත එකක් නම් එය A වර්ගයේ කමිසයක් වීමේ සම්භාවිතාව ද සොයන්න.

(b) (i) දත්ත $x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots x_n$ යන අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය $\bar{x}$ සහ විචලතාවය S^2 වේ.

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$$ අර්ථ දක්වා ඇත.

එමඟින් $S^2 = \dfrac{\sum x_i^2}{n} - \left(\dfrac{\sum x_i}{n}\right)^2$ බව සාධනය කරන්න.

විචල්‍යයන්ගේ 10ක මධ්‍යන්‍යය 2 වන අතර එම විචල්‍යයන්ගේ වෛක්‍යය වර්ගයන්ගේ 112ක් වේ. එම නිරීක්ෂණවල සම්මත අපගමනය සොයන්න.

(හයවෙනි පිටුව බලන්න)

(ii) එක්තරා කර්මාන්ත ශාලාවක සේවය කරන සේවකයින් 40 ගේ දිනක වැටුප පිළිබඳ කරන ලද සමීක්ෂණයක දී ලද තොරතුරු පහත වේ.

දිනක වැටුප (රුපියල්)	සේවක සංඛ්‍යාව (සංඛ්‍යාතය)
118 - 126	3
127 - 135	4
136 - 144	f
145 - 153	12
154 - 162	5
163 - 171	4
172 - 180	2

1. f හි අගය සොයන්න.
2. මධ්‍යන්‍යය හා මාතය ගණනය කරන්න.
3. පළමු චතුර්ථකය ගණනය කරන්න.
4. විචල්‍යතාවය සොයා එමගින් සම්මත අපගමනය ගණනය කරන්න.
5. ව්‍යාප්තයේ කුටිකතාවය විස්තර කරන්න.