10 | S | I

ද මැසිනොද් විදුහල - කඳාන
De Mazenod College - Kandana

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 13 ශ්‍රේණිය
2019 අප්‍රේල් පරීක්ෂණය

04 APR 2019

සංයුක්ත ගණිතය I
Combined Mathematics I

කාලය
පැය 03

සියලුම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න.

A කොටස

01. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතා කිරීමෙන් සියළු $n \in Z^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n} r(r+2) = \frac{n}{6}(n+1)(2n+7)$ බව සාධනය කරන්න.

....

02. $|x-1| \geq 2|x| - 1$ අසමානතාව සපුරාලන සියළු තාත්වික x හි අගයයන් සොයන්න.

....

Learning Resource Center De Mazenod College Kandana R

(දෙවෙනි පිටුව බලන්න)

03. ශ්‍රේණියක මුල පද n හි ඓක්‍යය $3n^2 + n$ වේ. එහි n වන පදය සොයන්න. එමගින් එය සමාන්තර ශ්‍රේණියක් බව පෙන්වා එහි පොදු අන්තරය 6 බව පෙන්වන්න.

04. *KANDANA* යන වචනයේ අකුරුවලින් වරකට අකුරු තුන බැගින් ගෙන සෑදිය හැකි මුළු සංකරණ ගණන සොයන්න.

05. $n \in Z^+$ සඳහා $(1 + x)^n$ ප්‍රසාරණය සැලකීමෙන් $\dfrac{{}^nc_r}{{}^nc_{r-1}} = \dfrac{n+1-r}{r}$ බව පෙන්වන්න. ඉහත ප්‍රසාරණයේ අනුයාත පද තුනක් පිළිවෙලින් 6, 15, 20 නම් n සොයන්න.

(තුන්වෙනි පිටුව බලන්න)

06. $\lim_{x \to 0} \left[\frac{\left(\sqrt{3}+x\right)^3 - 3\sqrt{3}}{x^2} \right] Sin\ 2x$ හි අගය සොයන්න.

07. $y = 1 - x^2$ වක්‍රයෙන් පළමු වෘත්ත පාදයේ පිහිටි වර්ගඵලය සොයන්න. ඉහත වර්ගඵලය x අක්ෂය වටා සෘජු කෝණ හතරකින් භ්‍රමණය කළවිට ලැබෙන පරිමාව $\frac{8\pi}{15}$ බව පෙන්වන්න.

08. $3x + 4y + 5 = 0$ සහ $3x - 4y + 1 = 0$ රේඛා දෙක අතර කෝණ සමච්ඡේදක වල සමීකරණ සොයා සුළු කෝණ සමච්ඡේදකය වෙන් කර ලබා ගන්න.

(පෙරළිය පිටුව බලන්න)

09. $ax^2 + y^2 + bxy + x + 4y + 2c = 0$ සමීකරණය වෘත්තයක් නිරූපණය කරයි නම්, a හා b සොයා $c < \frac{17}{16}$ බව පෙන්වන්න. c හි ධන නිඛිලමය අගය සඳහා ඉහත වෘත්තයේ සමීකරණය ලියන්න. තවද, $(x+p)^2 + y^2 = p^2$ මඟින් මුලින් දී ඇති වෘත්තයේ පරිධිය සමච්ඡේදනය වේ නම්, $p = \frac{9}{4}$ බව පෙන්වන්න.

10. $Sin^2 2\theta\left(Cot^2\theta - Tan^2\theta\right) = 4Cos 2\theta$ බව පෙන්වන්න. එමගින් $Sin^2 2\theta\left(Cot^2\theta - Tan^2\theta\right) = 0$ සමීකරණයේ $0 \le \theta \le \frac{5\pi}{4}$ පරාසය තුළ විසඳුම් ලබා ගන්න.

Roy Dissanayake B.Sc. (Dip. in Ed.)

ද මැසිනොද් විදුහල - කඳාන
De Mazenod College - Kandana

10 | S | 1

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 13 - ශ්‍රේණිය
2019 අප්‍රේල් පරීක්ෂණය

04 APR 2019

සංයුක්ත ගණිතය I
Combined Mathematics I

කාලය පැය 03

B කොටස

ප්‍රශ්න 5 කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(11) (a) $ax^2+bx+c=o$ වර්ගජ සමීකරණයට තාත්වික සමපාත මූල තිබීම සඳහා තෘප්ත විය යුතු අවශ්‍යතාවය සඳහන් කරන්න.

$\dfrac{a}{x+c}+\dfrac{b}{x-c}=\dfrac{k}{2x}$ වර්ගජ සමීකරණයක් ආකාරයෙන් දක්වන්න. එම සමීකරණයේ තාත්වික සමපාත මූල පවතින සේ වූ k හි අගයන් k_1 හා k_2 නම්, $|k_1-k_2|=4\sqrt{ab}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $c\neq 0$ වේ.

(b) $P(x)=(\lambda-2)x^2-3(\lambda+2)x+6\lambda$; $\lambda\in R$ නම්,

(i) සියලු x සඳහා $P(x)$ ධන වන සේ වූ λ හි අඩුතම නිඛිල අගය සොයන්න.

(ii) $P(x)=0$ වර්ගජ සමීකරණයට තාත්වික සමපාත මූල පවතින සේ වූ λ හි අගය පරාසය සොයන්න.

(c) $f(x)$ යනු මාත්‍රය තුනට වැඩි බහු පදයකි. $f(x)$, $x(x-1)(x-2)$ න් බෙදූ විට ශේෂය $A(x-1)(x-2)+B(x-2)+C$ ආකාරය ගනී. මෙහි A, B හා C තාත්වික නියත වේ. $f(0)$, $f(1)$, හා $f(2)$ පිළිවෙලින් 3, -5 හා 7 නම්, A, B හා C හි අගයන් සොයන්න.

(12) (a) පිරිමි ළමුන් තුන් දෙනෙක් සහ ගැහැණු ළමුන් දෙදෙනෙක් බැගින් වූ කණ්ඩායම් දෙකකින් සාමාජිකයන් හය දෙනෙකු ගෙන් යුත් කමිටුවක් පත්කර ගත යුතුව ඇත. මෙම තෝරාගත් කමිටුවේ සාමාජිකයන් ගෙන් උපරිම වශයෙන් ගැහැණු ළමුන් දෙදෙනෙකු සිටීනම්,

(i) එක් එක් කණ්ඩායමෙන් ළමුන් ඉරට්ටේ සංඛ්‍යාවක් තෝරා පත්කර ගත හැකි,

(ii) එක් ගැහැණු ළමයෙක් පමණක් තේරී පත්වන සේ සෑදිය හැකි වෙනස් කමිටු සංඛ්‍යාව සොයන්න.

Learning Resource Centre R De Mazenod College Kandana

(දෙවෙනි පිටුව බලන්න)

(b) $\frac{3}{1.4}\left(\frac{1}{7}\right)+\frac{5}{4.7}\left(\frac{1}{7}\right)^2+\frac{7}{7.10}\left(\frac{1}{7}\right)^3+\ldots\ldots\ldots$ මගින් දෙනු ලබන අපරිමිත ශ්‍රේණියේ සාධාරණ පදය u_r සොයන්න. $u_r = f(r_n - 1) - f(r)$ වන පරිදි $f(r)$ ශ්‍රිතයක් සොයන්න.

එනයින්, $\sum_{r=1}^{n} u_r = s_n = \frac{1}{9} - \frac{1}{9(3n+1)} \cdot \frac{1}{7^n}$ බව පෙන්වා $\lim_{n\to\alpha} S_n$ හි අගය සොයා ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වන්න.

(13) (a) $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ හා $f(x) = x^2 - 5x + 7$ යැයි ගනිමු.

(i) $f(A) = O$ බව පෙන්වන්න. මෙහි O යනු 2×2 අභිශූන්‍ය න්‍යාසයකි.

(ii) එනයින් A^4 හා A^{-1} සොයන්න.

(iii) $3x + y = 5$ හා $-x + 2y = 3$ සමීකරණ $AX = B$ ආකාරයෙන් දක්වන්න. එනයින් එම සමගාමී සමීකරණ විසඳන්න.

(b) $r = 0, 1, 2, \ldots\ldots, n-1$ සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන් $\frac{{}^nc_{r+2}}{{}^nc_{r+1}} = \frac{n-r-1}{r+2}$ බව පෙන්වන්න.

$(1+x)^n$ ද්විපද ප්‍රසාරණයේ x^r, x^{r+1} හා x^{r+2} පදවල සංගුණක පිළිවෙලින් 3:2:1 අනුපාතයෙන් වේ නම්, $n = 14$ හා $r = 8$ බව පෙන්වන්න.

(14) (a) $y = \sec\left(\tan^{-1} 3x\right)$ යැයි ගනිමු.

$\left(1+9x^2\right)\frac{d^2y}{dx^2} + 9x\frac{dy}{dx} = 9y$ බව පෙන්වන්න.

$n = 1, 2, 3$ විට $\left(\frac{d^n y}{dx^n}\right)_{x=0}$ සොයන්න.

(b) $f(x) = \frac{x+1}{(x+2)^2}$; $x \neq -2$ යැයි ගනිමු. $f^1(x) = \frac{-x}{(x+2)^3}$ $x \neq -2$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $f^1(x)$ යනු $f(x)$ හි පළමු ව්‍යුත්පන්නය වේ. තවද, $f^{11}(x) = \frac{2(x-1)}{(x+2)^4}$; $x \neq -2$ බව පෙන්වන්න.

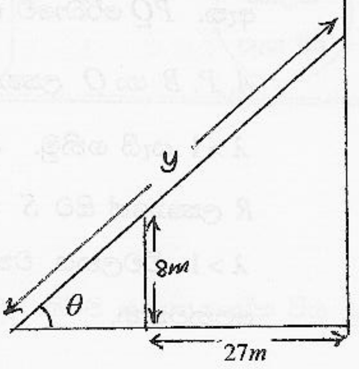
මෙහි $f^{11}(x)$ යනු $f(x)$ හි දෙවන ව්‍යුත්පන්නය වේ.

එනයින්; ස්පර්ශෝන්මුඛ රේඛා, හැරුම් ලක්ෂය හා නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යයන් පැහැදිලි ව දක්වමින් $y = f(x)$ හි දළ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

(c) $8m$ උසකින් යුත් වැටක් එක්තරා ගොඩනැගිල්ලක සිරස් බිත්තියක සිට $27m$ ක දුරකින් පිහිටා ඇත. රූපයේ පරිදි ඉණිමඟක් එහි පහළ කෙළවර තිරස් පොළොවෙහි තබා ඇති අතර, එය වැටට ඉහළින් ගොස් එහි ඉහළ කෙළවර බිත්තියට හේත්තු වනසේ තබා ඇත. ඉණිමගේ දිග y හා එය පොළොව සමඟ සාදන කෝණය θ නම්, y, θ හි ශ්‍රිතයක් ලෙස දක්වන්න.

$Tan\theta = \dfrac{2}{3}$ වන විට ඉණිමගේ දිග අඩුතම වන බව පෙන්වන්න.

එනයින් ඉණිමගේ දිගෙහි අඩුතම අගය $13\sqrt{13}m$ බව පෙන්වන්න.



(15) (a) $t\cos x + 1 = 0$ ආදේශය භාවිතයෙන් $\int \dfrac{\tan x}{1+\cos x}\,dx = \int \dfrac{1}{t-1}\,dt$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් $\displaystyle\int_0^{\pi/3} \frac{\tan x}{1+\cos x}\,dx = \ln\left|\frac{3}{2}\right|$ බව පෙන්වන්න.

(b) $\dfrac{1}{(x+2)(x^2+8)}$ භින්න භාග ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

එනයින්, $\displaystyle\int \frac{1}{(x+2)(x^2+8)}\,dx = \frac{1}{12\sqrt{2}}\tan^{-1}\left(\frac{x}{2\sqrt{2}}\right) + \frac{1}{24}\ln\left|\frac{(x+2)^2}{x^2+8}\right| + C$ බව පෙන්වන්න.

මෙහි C යනු අභිමත නියතයකි.

(c) $I = \int\cos(a\ln x)\,dx$ හා $J = \int\sin(a\ln x)\,dx$ යැයි ගනිමු. මෙහි $x > 0$ හා a යනු නිශ්ශුන්‍ය තාත්වික නියතයකි.

$I - aJ = x\cos(a\ln x)$ බව පෙන්වන්න.

I සහ J අතර තවත් සම්බන්ධයක් ගොඩනගා, I සහ J අගයන්න.

(හතරවෙනි පිටුව බලන්න)

(16) $A \equiv (-2,-3)$ හා $B \equiv (4,\ 5)$ යැයි ගනිමු. AB සමග $\frac{\pi}{4}$ ක සුළු කෝණයක් බැගින් සාදමින් A ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරන l_1 හා l_2 සරල රේඛා දෙකෙහි සමීකරණ සොයන්න.

$APBQ$ සමචතුරස්‍රයක් වන පරිදි l_1 හා l_2 රේඛා දෙකෙන් පිළිවෙලින් P හා Q ලක්ෂ්‍ය ගෙන ඇත. PQ රේඛාවේ සමීකරණය සහ P , Q ලක්ෂ්‍ය වල ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

A, P, B හා Q ලක්ෂ්‍ය හරහා ගමන කරන S නම වෘත්තයේ සමීකරණය ද සොයන්න.

$\lambda > 1$ යැයි ගනිමු. $R \equiv (4\lambda,\ 5\lambda)$ ලක්ෂ්‍යය S වෘත්තයෙන් පිටත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

R ලක්ෂ්‍යයේ සිට S වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකයන්ගේ ස්පර්ශ ජ්‍යාය සොයන්න.

$\lambda > 1$ විචලනය වන විට මෙම ස්පර්ශ ජ්‍යායන් අචල ලක්ෂ්‍යයක් හරහා ගමන් කරන බව පෙන්වන්න.

(17) (a) $\cos 3\theta - \cos 2\theta$ සමීකරණය තෘප්ත කරන θ හි සියලු අගයන් $[0,\ \pi]$ පරාසය තුළ සොයන්න.

$\cos 3\theta - \cos 2\theta$ ප්‍රකාශනය $\cos\theta$ ඇසුරින් ප්‍රකාශ කර, $4t^3 - 2t^2 - 3t + 1 = 0$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $t = \cos\theta$ වේ.

$\cos\frac{2\pi}{5}$ හා $\cos\frac{4\pi}{5}$ යනු $4t^2 + 2t - 1 = 0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල බව පෙන්වා, එනයින් $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$ බව පෙන්වන්න.

(b) $f(x) = 7\cos^2 x + 6\sin x\cos x - \sin^2 x$ ලෙස දී ඇත. $f(x)$ යන්න, $A\cos(2x-\alpha)+B$ ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි A, B හා α හඳුනා ගත යුතු වේ. $f(x)$ හි උපරිම හා අවම අගයන් සොයා $0 \le x \le \pi$ සඳහා $f(x)$ හි දළ සටහන අඳින්න.

(c) ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාද මත වූ D හා E ලක්ෂ්‍ය $BD:DE:EC = 1:2:3$ වන සේ පවතී. $B\hat{A}D = \alpha,\ D\hat{A}E = \beta,\ E\hat{A}C = \gamma$ හා $A\hat{E}D = \theta$ වේ. ABD හා ABE ත්‍රිකෝණ වලට සයින් නීතිය යෙදීමෙන්, $\frac{\sin(\alpha+\beta)}{3\sin\alpha} = \frac{\sin\theta}{\sin(\theta+\beta)}$ බව පෙන්වන්න.

AEC හා ADC ත්‍රිකෝණ වලට ද සයින් නීතිය යෙදීමෙන් $\frac{\sin(\gamma+\alpha)}{\sin\gamma}$ සඳහා අනුපාතයක් θ හා β ඇසුරින් සොයන්න. එනයින් $\sin(\alpha+\beta)\ .\ \sin(\beta+\gamma) = 5\sin\alpha\sin\gamma$ බව පෙන්වන්න.

Roy Dissanayake B.Sc. (Dip. in Ed.)

13 ශ්‍රේණිය අනුයුක්ත ගණිතය 5.04.2019

17. (a) (i) A හා B අන්‍යෝන්‍යය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි දෙකක් නම්, එම සිද්ධි ස්වායත්ත විය හැකි ද? පිළිතුර සනාථ කරන්න.

$P\left(A/C\right) \geq P\left(B/C\right)$ සහ $P\left(A/C^1\right) \geq P\left(B/C^1\right)$ වේ නම් එවිට $P(A) \geq P(B)$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.

(ii) A, B, C මල් ඉති තුනක පිළිවෙලින් පිපුන මල් 3, 2, 2 බැගින් ද, පරවූ මල් 2, 1, 2 බැගින් ද ඇත. මල් කැඩීමට ගිය දරුවෙකු සසම්භාවී ලෙස මල් ඉත්තක් තෝරා එම ඉත්තෙන් මලක් කඩා ගත්තේ නම්, කැඩූ මල පරවූ එකක් වීමෙ සම්භාවිතාව සොයන්න. කැඩූ මල පරවූ එකක් යැයි දී ඇති විට එය A ඉත්තේ මලක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

Learning Resource Center
R
De Mazenod College
Kandana

(b) (i) සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය මධ්‍යනය $\bar{x}$ අර්ථ දක්වන්න.

උපකල්පිත මධ්‍යනය A ද C යනු සමාන පන්තිප්‍රාන්තර සහිත ව්‍යාප්තියක පන්තිතරම වන විට කේතන අගය $u_i = \dfrac{x_i - A}{C}$ නම්, $\bar{x} = A + \left(\dfrac{\sum fu_i}{\sum f_1}\right) C$ බව පෙන්වන්න.

(ii) ව්‍යාපාරයක සේවයේ නියුතු ඇඳුම මසන්නියන් 50 ක් විසින් සතියක දී නිම කළ කමිස ප්‍රමාණ පිළිබඳ **සමුච්චිත සංඛ්‍යාත** ව්‍යාප්තියක් පහත දැක්වේ.

කමිස ප්‍රමාණ x_i	16 - 25	21 - 25	26 - 30	31 -35	36 - 40
සමුච්චිත සංඛ්‍යාතය	8	20	38	47	50

එක් එක් පංතියට අනුරූප සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය ලියන්න. එමඟින් එම සතිය තුළ නිමි ඇඳුම් වල (i) මධ්‍යනය $(\bar{x})$ (ii) මාතය (M_0) (iii) මධ්‍යස්ථය (M_e) ගණනය කරන්න.

(iv) විචලතාවය සොයා සම්මත අපගමනය ගණනය කරන්න.

(v) ව්‍යාප්තියේ හැඩය විස්තර කරන්න.

Roy Dissanayake B.Sc. (Dip. in Ed.)

ද මැසිනොද් විද්‍යාලය - කඳාන

De Mazenod College - Kandana

10 | S | II

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය 13 ශ්‍රේණිය

2019 අප්‍රේල් පරීක්ෂණය

5-04-2019

සංයුක්ත ගණිතය II
Combined Mathematics II

කාලය පැය 03

Learning Resource Center
R
De Mazenod College
Kandana

- **A කොටසේ සියලුම ප්‍රශ්න වලට මෙම පත්‍රයේම පිළිතුරු සපයන්න.**

A කොටස

(1) $V\underline{i}$ නියත ප්‍රවේගයෙන් බයිසිකලයක් පදින ළමයෙකුට $u_1\left(\underline{i}+2\underline{j}\right)$ ප්‍රවේගයෙන් සුළඟක් හමන බව දැනේ. තමාගේ වේගය $V\left(2\underline{i}+\underline{j}\right)$ වන විට සුළඟේ ප්‍රවේගය $u_2\left(-\underline{i}+\underline{j}\right)$ බව දුනේ. සුළඟේ සත්‍ය ප්‍රවේගය සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලියා $u_1 = 2\frac{V}{3}$ බවත් $u_2 = \frac{V}{3}$ බවත් සාධනය කරන්න. එනයින් සුළඟේ සත්‍ය ප්‍රවේගය $\frac{V}{3}\left(5\underline{i}+4\underline{j}\right)$ බව අපෝහණය කරන්න.

(2) ස්කන්ධය m වූ පබළුවක් සිරස් තලයක සවිකර ඇති අරය a වූ සුමට වෘත්තාකාර කම්බියක අමුණා ඇත. පබළුව u ප්‍රවේගයෙන් කම්බියේ පහළම ලක්ෂයේ සිට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. පබළුවේ දෛශික අරය යටි අත් සිරස සමග $\hat{\theta}$ සුළු කෝණයක් සාදන විට කම්බියේ පිටි අතට ප්‍රතික්‍රියාව R නම්,

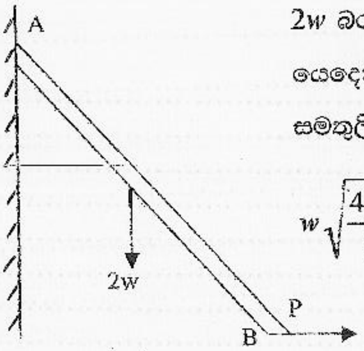
$$T = mg\left\{2 - 3\cos\theta - \frac{u^2}{ag}\right\}$$ බව පෙන්වන්න.

(දෙවෙනි පිටුව බලන්න)

(3) R නිව්ටන් නියත ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව සමතලා පාරක් දිගේ ස්කන්ධය $M\ Kg$ වූ ලොරියක් චලනය වේ. ලොරිය Vms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් චලනය වන මොහොතේ එහි ත්වරණය $a\ ms^{-2}$ වේ. එහි එන්ජිමේ ජවය $(R+Ma)V$ වොට් බව පෙන්වන්න. ඊළඟට එම R නියත ප්‍රතිරෝධයෙන් ම හා ඉහත ජවයෙන් ම තිරසට $\hat{\alpha}$ ආනත වූ පාරක $V_1 ms^{-1}$ නියත වේගයෙන් ඉහළට චලනය වන විට $V_1 = \frac{(R + Ma)V}{(R + MgSin\ \alpha}$ බව ද සාධනය කරන්න.

04. දෛශික දෙකක් සඳහා අදිශගුණිතය හෙවත් තිත් ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න. $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ යනු ඒකක දෛශික වේ. $(\underline{a}+2\underline{b})$ හා $(5\underline{a}-4\underline{b})$ දෛශික එකිනෙකට ලම්බක වේ නම් එවිට $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ අතර කෝණය 60^0 බව පෙන්වන්න. තවද, $|a-b|^2$ හි අගය සොයන්න.

05.



$2w$ බර l දිග ඒකාකාර දණ්ඩකට A අසව්ව වටා හැරීමට නිදහස ඇත. B හි යෙදෙන තිරස් P බලයකින් දණ්ඩ සිරස් රේඛාවේ සිට a දුරකින් ඈත්ව සමතුලිත ව පවතී. බල ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ A අසව්වේ ප්‍රතික්‍රියාව,

$$w\sqrt{\frac{4l^2-3a^2}{l^2-a^2}}$$

බව පෙන්වා P හි අගය සොයන්න.

06. අරය a හා උස h_1 වන ඝන ඒකාකාර සිලින්ඩරයකින් අරය a හා උස h_2 වන ඝන කේතුවක් කපා ඉවත් කරනු ලැබේ. සිලින්ඩරයේ බරින් අර්ධයක් කේතුවේ බර නම්, හා කපා ඉවත් කරන කොටසේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය කේතුවේ ශීර්ෂය සමඟ සමපාත වේ නම්, එවිට, $h_1 : h_2 = 5 : 4$ බව සාධනය කරන්න.

07. A හා B ස්වායත්ත සිද්ධි දෙකක් නම් $P\left(A \cap B^1\right) = P(A)P\left(B^1\right)$ බව පෙන්වන්න. $P(A) = 0.5$ හා $P(B) = 0.2$ වේ. (i) $P(A / A \cup B) = 5/6$ බවත්, (ii) $P\left[\left(A \cap B\right) / \left(A^1 \cup B^1\right)\right] = 0$ බවත්, සාධනය කරන්න.

08 A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශයේ සිද්ධි දෙකකි. $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{2}{5}$ සහ $P\left(A / B^1\right) = \frac{11}{20}$ වේ.

(i) $P(A \cap B) = \frac{1}{300}$ බවත්, (ii) $P(A \cup B) = \frac{219}{300}$ බවත්, (iii) $P\left(A^1 / B\right) = \frac{119}{120}$ බවත් සාධනය කරන්න.

09. 5, 6, 13, 5, 10, 13, 3, x, y යන නිරීක්ෂ 9 හි මධ්‍යනය 8 ද, මාතය 5 ද වේ.

(i) x, y හි අගයන් සොයන්න. (ii) නිරීක්ෂණවල මධ්‍යස්ථයත්

(iii) පළමු චතුර්ථකයත් ගණනය කරන්න.

10. A හා B නම් පාසල් දෙකක සිසුන් 60 හා 40 ක් බැගින් ගණිත පරීක්ෂණයකට සහභාගී වේ. එම විෂය සඳහා ලබාගත් ලකුණුවල මධ්‍යනය 30 හා 60 වන අතර, විචලතාව පිළිවෙලින් 12 හා 10 බැගින් වේ. පාසල් දෙකෙහිම සිසුන් සමස්ථයක් ලෙස ගත්විට එම සිසුන්ගේ මධ්‍යනය හා සම්මත අපගමනයට ලැබිය හැකි අගයන් සොයන්න.

Roy Dissanayake B.Sc. (Dip. in Ed.)

5-04-2019

දෙ මැසිනොද් විදුහල - කඳාන

10 | S | II

De Mazenod College - Kandana

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 13 ශ්‍රේණිය

2019 අප්‍රේල් පරීක්ෂණය

සංයුක්ත ගණිතය II
Combined Mathematics II

කාලය පැය 03

ප්‍රශ්න පහකට පිළිතුරු සපයන්න.

B කොටස

11. (a) කාලය $t=0$ විට P අංශුවක් O ලක්ෂ්‍යයක සිට සිරස් ඉහළට v ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරනුයේ ගුරුත්ව යටතේ චලනය වනසේ ය. එය පථයේ ඉහළම ලක්ෂ්‍යයට පැමිණි විගස වෙනත් Q අංශුවක් O සිටම සිරස් ව උඩු අතට ගුරුත්වය යටතේ $2v$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. එකම සටහනක P හා Q චලිත සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාර අඳින්න. එනයින්,

(i) P අංශුවේ උපරිම උස $\dfrac{v^2}{2g}$ බව ද,

(ii) $t=\dfrac{5v}{4g}$ වන විට අංශු දෙක හමුවන බව ද,

(iii) හමුවන ලක්ෂ්‍යයේ දී Q හි ප්‍රවේගය $\dfrac{7v}{4}$ බව ද පෙන්වන්න.

(iv) O සිට හමුවන ලක්ෂ්‍යයට උස ද සොයන්න.

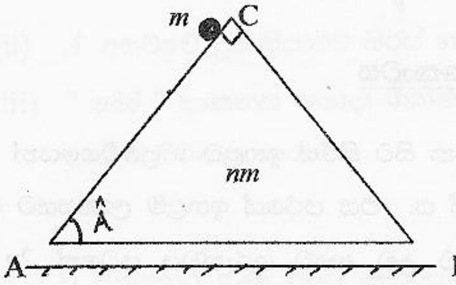
Learning Resource Center R De Mazenod College Kandana

(b) x සිට y දකුණු දිශාවේ ඇති විට ගුවන් යානයක් x සිට y තෙක් ද, ආපසු y සිට x තෙක් ද පියාසර කරයි. නිසල කාලගුණයක දී එහි වේගය u ද වේ. දෙගමනටමගතවන කාලය T ද වේ. එක්තරා දිනක දී සුළඟේ ප්‍රවේගය xy ට $\hat{\theta}$ කෝණයක් ආනත දිශාවක් ඔස්සේ v වේ. x සිට එපිටහට යන ගමනේ දීත්, x කරා ආපසු එන ගමනේ දීත් අහස් යානය xy ට $\sin^{-1}\left(\dfrac{v}{u}\sin\theta\right)$ කෝණයකින් ආනත දිශා ඔස්සේ යොමු කළ යුතු බව පෙන්වීමට එකම සටහනක ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ අඳින්න. මේ දෙගමනටම ගතවන කාලය $\dfrac{Tu\sqrt{u^2-v^2\sin^2\theta}}{\left(u^2-v^2\right)}$ බව පෙන්වන්න.

(දෙවෙනි පිටුව බලන්න)

12. (a) තිරස් තලයක් මත වූ තුවක්කුවකින් $\sqrt{2gH}$ ප්‍රවේගයෙන් වෙඩි තැබිය හැක. එය මගින් උස h වූ සිරස් බිත්තියකට උඩින් වෙඩි තැබිය යුතු වේ. ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය $\hat{\alpha}(<45)$ නොඉක්මවිය යුතුයි. මෙය සිදු කළ හැක්කේ $h < H\sin^2\alpha$ නම් පමණක් බව පෙන්වන්න. එවිට වෙඩි තැබිය යුතු වන්නේ $4\cos\alpha\sqrt{H(H\sin^2\alpha - h)}$ නම් වූ පළලක් සහිත තීරුවක සිට බව ද සාධනය කරන්න.

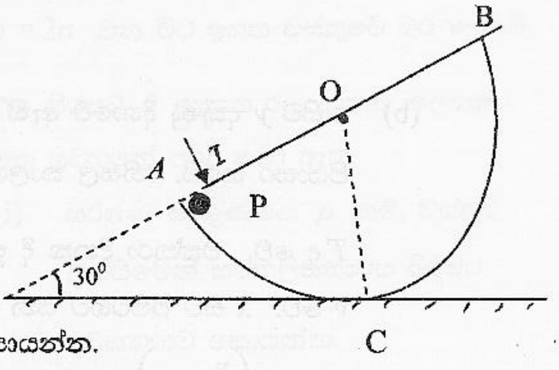
(b)



කේන්ද්‍රික හරස්කඩ වන C හිදී සෘජු කෝණී වූ ස්කන්ධය mn වන ABC ත්‍රිකෝණයක් වන සුමට කුඤ්ඤයක් AB අයත් මුහුණ සුමට තිරස් තලයක පිහිටනසේ නිසලතාවයේ පවතී. නිශ්චලතාවයෙන් නිදහස් කරනු ලබන ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් CA හි වූ දිග සර්පනය කිරීමට t_1 කාලයක් ගනී. $CA = S$ නම්, $S = \frac{[(n+1)g \ \sin A]}{2(n+\sin^2 A)} t_1^2$ බව පෙන්වන්න.

CB සඳහා ද අනුරූප කාලය t_2 නම්, CB චලිතය සඳහා ද ඉහත ආකාර ප්‍රකාශනයක් අපෝහණය කර එමඟින් $\left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2 = \left\{\frac{n+\sin^2 A}{n+\cos^2 A}\right\}\cot^2 A$ බව පෙන්වන්න.

13. (a) කේන්ද්‍රය O ද, අභ්‍යන්තර අරය a ද වන සුමට අර්ධ ගෝලයක ගැටිය තිරසට 30^0 ආනත වේ. සටහන පරිදි ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් A ලක්ෂ්‍යය තබා එයට AB ට ලම්බ දිශාවට I ආවේගයක් ලබා දීමෙන් අංශුව අර්ධ ගෝලයේ ඇතුලත පෘෂ්ඨයේ චලනය වීමට සලස්වයි.



(i) P අංශුවේ ආරම්භක ප්‍රවේගය u සොයන්න.

(ii) අංශුව CB අතර OC සමඟ යටි සිරසට $\hat{\alpha}$ සුළු කෝණයක් සාදන විට එහි ප්‍රවේගය $\sqrt{u^2 + ga(2\cos\alpha - 1)}$ බවත්, එවිට අංශුව මත ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{m}{a}(u^2 + 3ga \ \cos\alpha - ga)$ බවත් පෙන්වන්න.

(තුන්වෙනි පිටුව බලන්න)

(iii) අංශුව B ලක්ෂය තෙක් ගමන් කරයි නම්, එවිට $I \geq \frac{m}{2}\sqrt{10\,ga}$ බව පෙන්වා නැවත අංශුව B ලක්ෂ්‍යයෙන් ඉවත් වන ප්‍රවේගය v_1 නම්, $v_1 = \sqrt{\frac{I^2}{m^2} - 2ga}$ බව ද පෙන්වන්න.

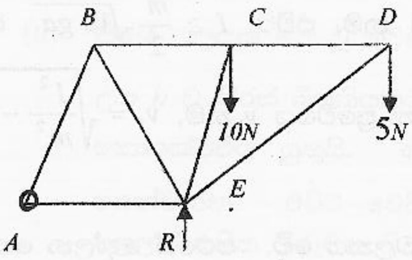
(b) අංශුවක් සරල රේඛාවක සරල අනුවර්තීව චලනය වේ. පථයේ දෝලන කේන්ද්‍රයේ සිට x_1 හා x_2 දුරින් වන ලක්ෂ්‍යවලදී එහි ප්‍රවේග පිළිවෙලින් v_1 හා v_2 වේ. චලිතයේ දෝලන කාලාවර්තය $2\pi\sqrt{\frac{x_2^2 - x_1^2}{v_1^2 - v_2^2}}$ පෙන්වා චලිතයේ විස්ථාරය $\sqrt{\frac{v_1^2 x_2^2 - v_2^2 x_1^2}{v_1^2 - v_2^2}}$ බවත් සාධනය කරන්න.

14. (a) $ABCD$ ඍජු කෝණාස්‍රයක $AB = a$, $BC = b$, $BD = c$ වේ. විශාලත්වයෙන් හා දිශාවෙන් aF, bF, aF, bF, සහ cF යත බල පිළිවෙලින් $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DA}$ පාද දිගේ සහ $\overrightarrow{BD}$ විකර්ණය දිගේ අනුපිළිවෙලින් ක්‍රියා කරයි. මෙම බල පද්ධතිය FC යන තනි බලයට තුල්‍ය වන බව පෙන්වා එහි දිශාව ලියන්න. ක්‍රියා රේඛාව ද සොයන්න. අනෙකුත් බල පළමු පරිදි ම නොවෙනස් ව තිබිය දී DA දිගේ ක්‍රියා කරන බලය $2bF$ දක්වා වැඩි කළේ නම්, අළුත් පද්ධතිය CD දිගේ ක්‍රියා කරන aF බලයකට තුල්‍ය බව පෙන්වන්න.

(b) A, B, C ඒක රේඛීය නොවූ ලක්ෂ්‍ය තුනකි. $AB = \underline{b}$, $\overrightarrow{AC} = 3\underline{a}$ වේ. D ලක්ෂ්‍යය $\overrightarrow{AD} = 3\underline{a} + \underline{b}$ වන පරිදි පිහිටා ඇත. CD මත E පිහිටා ඇත්තේ $DE : EC = 1 : 2$ වන පරිදි ය. $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}(9\underline{a} + 2\underline{b})$ බව පෙන්වන්න. BC සහ AE රේඛා F හීදී ඡේදනය වේ. λ නියතයක් නම්, $FB = b - \lambda(9\underline{a} + 2\underline{b})$ බව පෙන්වන්න. $FB : CF = 3 : 2$ බව සාධනය කරන්න.

15. (a) එකක දිග $2l$ ද, බර w ද වූ සමාන ඒකාකාර දඬු හතරක් සුමට ලෙස සන්ධි කිරීමෙන් රොම්බසාකාර රාමුවක් සාදා ඇත. එය A ට යා කළ ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක මගින් සිරස් ලෙස එල්ලා ඇත. C ලක්ෂ්‍යය A ට පහළින් වන අතර, $B\hat{C}D = 2\hat{\theta}$ වේ. එකක ඝූර්ණය $4wl\sin\theta$ වූ බල යුග්මය බැගින් BC, CD දඬු මත විරුද්ධ අතට යෙදීමෙන් පද්ධතිය සමතුලිතතාවේ තැබිය හැකි බව පෙන්වන්න. B හා C හි තිරස් ප්‍රතික්‍රියාවල විශාලත්වයන් $\frac{3w}{2}\tan\theta$ බව ද සාධනය කරන්න.

(හතරවෙනි පිටුව බලන්න)

(b) 

සැහැල්ලු දඬු හතක් සුමට ලෙස සන්ධි කිරීමෙන් $ABCDE$ රාමු සැකිල්ලක් සාදා ඇත. එහි $AB = AE = BE = BC = CE = CD$ වේ. A හිදී සුවල අසව් කොට E හිදී යෙදෙන සිරස් R බලයකින් පද්ධතිය සමතුලිතව තබා ඇත.

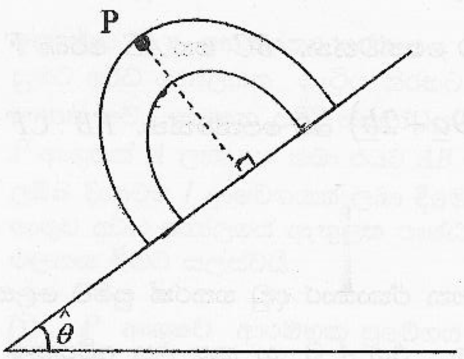
(i) $R = \frac{55}{2} N$ බව පෙන්වන්න.

(ii) A අසව්වේ ප්‍රතික්‍රියාවේ සිරස් හා තිරස් සංරචක සොයන්න.

(iii) " බෝ " අංකනය යොදා ගනිමින් එක් එක් දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල ආතතිය ද, තෙරපුම් ද යන්න නිර්ණය කරන්න.

16. අරය a වූ ඒකාකාර ඝණ අර්ධ ගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි සමමිතික අක්ෂය මත අර්ධ ගෝලයේ ආධාරකයේ සිට $\frac{3a}{8}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

ඒකාකාර ඝණ අර්ධ ගෝලාකාර කවචයක අභ්‍යන්තර හා බාහිර අරයන් a හා b වේ. මෙහි $b > a$ වේ. කේන්ද්‍රයේ සිට සමමිතික අක්ෂය දිගේ එහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට දුර $\frac{3}{8}\frac{(a+b)(a^2+b^2)}{(a^2+ab+b^2)}$ බව පෙන්වන්න.



$b = 2a$ වන විට ඉහත වස්තුවේ බර w නම්, එය තිරසට $\hat{\theta}$ ආනත රළු ආනත තලයක් මත සටහනේ පරිදි තබා ඇත.

(i) ඝර්ෂණ සංගුණකය μ නම්, වස්තුව ලිස්සීමෙන් සමතුලිතතාවය බිඳීමට අවශ්‍යතාව සොයන්න.

(ii) P ලක්ෂ්‍යය මත අනුක්‍රමයෙන් වැඩිවන F බලයක් ආනත තලයට සමාන්තරව ඉහළට යොදන විට වස්තුව යාන්තමින් ඉහළට පෙරළීම සඳහා

$$F \geq \frac{w}{112}(112\cos\theta + 45\sin\theta)$$ විය යුතු බව ද සාධනය කරන්න.

(පස්වෙනි පිටුව බලන්න)