10	S	I

ද මැසිනොද් විදුහල - කඳාන
De Mazenod College - Kandana

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 13 ශ්‍රේණිය
2019 ජූලි පරීක්ෂණය

17 . 07 . 2019

සංයුක්ත ගණිතය I
Combined Mathematics I

කාලය පැය 03

Learning Resource Centre
R
De Mazenod College
Kandana

සියලුම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න.

A කොටස

01. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන් $n^3 + 5n$ යන්න 3 න් බෙදිය හැකි බව පෙන්වන්න.

02. $|x| < 2 - x^2$ අසමානතාව තෘප්ත කරන සියළු තාත්වික x අගයන් සොයන්න.

(දෙවෙනි පිටුව බලන්න)

03. $n>1$ සඳහා $(1+x)^n$ හි ප්‍රසාරණය ලියන්න. එනයින් $(1+\sqrt{5})^6+(1-\sqrt{5})^6$ හි අගය සොයන්න.

04. $|z-i|\leq 1$ හා $\frac{\pi}{4}\leq Arg\,(z-i)\leq\frac{3\pi}{4}$ අවශ්‍යතා සපුරාලන පරිදි වූ z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ප්‍රදේශය වන R ආගන්ඩ් සටහනක අඳුරු කර පෙන්වන්න.

05. $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos 4x}{x^2}=8$ බව පෙන්වන්න.

(තුන්වෙනි පිටුව බලන්න)

06. $xy = c^2$ වක්‍රය සලකන්න. මෙහි c යනු නියතයකි. $\left(ct, \frac{c}{t}\right)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය $x + yt^2 = 2ct$ බව පෙන්වන්න.

07. $y = \ln\left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}\right)$ විට $\frac{dy}{dx}$ සොයන්න. එනයින් ~~$\int \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}$~~ [$\int \frac{dx}{\sqrt{x}(x-1)}$] අගයන්න.

08. කර්ණය $3x + 4y = 4$ සහ සම්මුඛ ශීර්ෂය (2, 2) වන සෘජු කෝණී සම ද්විපාද ත්‍රිකෝණයක බද්ධ පාදවල සමීකරණ සොයන්න.

09. x - අක්ෂය සමඟ ඒකක 8 ක අන්තඃඛණ්ඩයක් සාදන (0, 3) හිදී y අක්ෂය ස්පර්ශ කරන වෘත්තවල සමීකරණ සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

10. $\tan\alpha = -1$ හා $\sin\beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$ නම්, $\cos(\alpha+\beta)$ සොයන්න. මෙහි $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ හා $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ වේ.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Roy Dissanayake B.Sc. (Dip. in Ed.)

17-07-2019

ද මැසිනොද් විදුහල - කඳාන

De Mazenod College - Kandana

10	S	1

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 13 ශ්‍රේණිය

2019 ජූලි පරීක්ෂණය

සංයුක්ත ගණිතය I
Combined Mathematics I

Learning Resource Centre
R
De Mazenod College
Kandana

B කොටස

ප්‍රශ්න 5 කට පිළිතුරු සපයන්න.

(1) (a) i. $f(x) = ax^2 + bx + c$ යැයි ගනිමු. a, b, c තාත්වික නියත හා $a \neq o$ වේ. $f(x) = 0$ සමීකරණයේ මූල තාත්වික ප්‍රභින්න වීම සඳහා $b^2 - 4ac > 0$ බව පෙන්වා එවිට $a < 0$ වන විට $f(x)$ හි දළ සටහනක් අඳින්න.

ii. $g(x) = \lambda x^4 + x^3 + \sqrt{2}x^2 + x + \lambda$ යැයි ගනිමු.

$y = x + \frac{1}{x}$ ආදේශය යෙදීමෙන් $g(x) = 0$ සමීකරණය $ay^2 + by + c = 0$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි a, b, c පද λ ඇසුරින් නිර්ණය කරන්න.

ඉහත y හි වර්ගජ සමීකරණයෙහි මූල තාත්වික බව පෙන්වා y හි අගයන් $-\sqrt{2}$ හෝ $\frac{\sqrt{2}\lambda - 1}{\lambda}$ බව ද පෙන්වන්න.

$y = -\sqrt{2}$ වන විට $g(x)$හි මූල නොපවතින බව ද පෙන්වන්න.

ii. $\lambda = a$ වන විට y හි අගයන් තාත්වික වන පරිදි $g(x) = 0$ හි x හි තාත්වික අගයන් දෙක α හා β නම්, $\alpha + \frac{1}{\alpha}$ හා $\beta + \frac{1}{\beta}$ මූල වන සමීකරණය

$a^2x^2 - 2a(\sqrt{2}a - 1)x + (\sqrt{2}a - 1)^2 = 0$ බව ද පෙන්වන්න.

(b) $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 - 10x + 4$ යැයි ගනිමු.

$(x - 1)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් වන අතර, $(x + 1)$ න් $f(x)$ බෙදූ විට ශේෂය 28 ක් වේ.

a හා b හි අගයන් සොයන්න. $f(x)$ හි සාධක සොයා එනයින් $f(x) \geq 0$ බව අපෝහණය කරන්න.

(දෙවෙනි පිටුව බලන්න)

(12) (a) වෙනස් වයස් වලින් යුත් පිරිමි ළමුන් 12 දෙනෙක් කණ්ඩායම් දෙකකට බෙදීමට අවශ්‍යව ඇත.

i. එක් කණ්ඩායමක ළමුන් 8 දෙනෙක් ද, අනෙක් කණ්ඩායමේ ළමුන් 4 දෙනෙක් ද සිටින ආකාරයට,

ii. එක් එක් කණ්ඩායමේ ළමුන් 6 දෙනෙක් බැගින් සිටින ආකාරයට,

iii. එක් එක් කණ්ඩායමේ ළමුන් 6 දෙනෙකු ගෙන් සමන්විත වී, වයසින් වැඩිම සහ අඩුම ළමුන් දෙදෙනා එකම කණ්ඩායමකට අයත් විය යුතු නම්,

ඉහත බෙදීම් කළ හැකි ආකාර ගණන සොයන්න.

(b) $Ur = \dfrac{r^2 - r - 5}{r(r+1)\,(r+4)\,(r+5)}$ ලෙස Ur අර්ථ දක්වා ඇත.

(i) $r^2 - r - 5 = A(r^2 - 1)\,(r+5) - Br^2(r+4)$

(ii) $Ur = f(r) - f(r+1)$. නම්, $f(r)$ සොයන්න.

(iii) $\sum_{r=1}^{n} Ur = \dfrac{-n}{(n+1)\,(n+5)}$ බව සාධනය කරන්න.

(iv) $\sum_{r=1}^{\alpha} Ur$ අභිසාරී බව පෙන්වා, එහි අගය සොයන්න.

(v) ඉහත (iv) කොටස භාවිතයෙන් $\sum_{r=3}^{\alpha} 3\,Ur$ හි අගය සොයන්න.

(13) (a) $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 2}$ ද, $f(x) = x^2 - 5x + 7$ ද යැයි ගනිමු.

(i) $f(A) = O$ බව පෙන්වන්න. මෙහි O යනු 2×2 ශූන්‍ය න්‍යාසය වේ.

(ii) එනයින් $A^4 = 55\,A - 126\;I$ බව පෙන්වා A^4 න්‍යාසය සොයන්න. තවද A^{-1} ලබා ගන්න.

(iii) $3x + y = 5$

$-x + 2y = 3$ සමීකරණ යුගලය $AX = B$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කර ඒ ඇසුරින් සමීකරණ යුගලය විසඳන්න.

(හත්වෙනි පිටුව බලන්න)

(b) (i) $Z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot i$ හා $Z_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} i$ ලෙස දී ඇති විට, $Z_1 + Z_2$ ලබා ගැනීම සඳහා ආගන්ඩ් සටහන අඳින්න. $Z_1 + Z_2$, $|Z_1 + Z_2|$ හා $\arg(Z_1 + Z_2)$ සොයන්න.

(ii) Z_1 සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව (0 , 0) වටා $\frac{\pi}{3}$ ක කෝණයක් වාමාවර්තව භ්‍රමණය කිරීමෙන් Z_3 සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව ලබා ගෙන ඇත. Z_3 සොයා Z_3 සහ Z_2 අතර කෝණය සොයන්න.

(14) (a) (i) $x^2 + y^2 = t - \frac{1}{t}$ හා $x^4 + y^4 = t^2 + \frac{1}{t^2}$ නම්, $x^3 y \cdot \frac{dy}{dx} = 1$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $f(x) = \frac{(2x^2 + 1)}{(x - 1)^2}$ ලෙස දී ඇත්නම්, ශ්‍රිතයේ හැරුම් ලක්ෂ්‍ය හා ස්පර්ශෝන්මුඛ රේඛා පැහැදිලි ව දක්වමින් $f(x)$ හි දළ ප්‍රස්ථාරය අඳින්න.

(b) වෘත්තාකාර තහඩුවක අරය $0.02\, cm\ s^{-1}$ ක ~~Z_3 කින්~~ සීඝ්‍රතාවයකින් ඉහළ නගී. තහඩුවේ අරය $25\ cm$ වන විට එහි වර්ගඵලය වැඩිවීමේ සීඝ්‍රතාවය කොපමණ ද?

(15) (i) සුදුසු ආදේශයක් භාවිතයෙන් $\int_1^2 \frac{1}{x^2} \cdot e^{\frac{-1}{x}} \cdot dx$ අගයන්න.

(ii) $\int_0^a f(x)\, dx = \int_0^a f(a - x)\, dx$ බව සාධනය කරන්න.

$I = \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \tan x}$ ලෙස දී ඇත්නම්, $I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} \cdot dx$ බව පෙන්වන්න.

(iii) ඉහත සාධනය ~~භාවිතයෙන්~~ භාවිතයෙන් $I = \frac{\pi}{4}$ බව පෙන්වන්න.

(iv) $x^2 = 4y$ වක්‍රයෙන් හා ~~$x = y - 2$~~ $x = 4y - 2$ රේඛාවෙන් වට වූ වර්ගඵලය සොයන්න. එම ප්‍රස්ථාර දෙක එකම සටහනේ පැහැදිලිව දක්වන්න.

(හතරවෙනි පිටුව බලන්න)

(16) (i) $ax + by + c = 0$ හා $ax + by + d = 0$ වූ සමාන්තර සරල රේඛා දෙක අතර ලම්භක දුර p නම්, $p = \frac{|c-d|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ බව පෙන්වන්න.

$2x - 3y + 3c = 0,\ 2x - 3y + c = 0,\ 2y - 3x + c = 0$ හා $2y - 3x + 2c = 0$ සරල රේඛා මගින් සෑදෙන සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $\frac{2c^2}{5}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $x^2 + y^2 + 2x + 3y - 7 = 0$ හා $x^2 + y^2 - 2x - y + 1 = 0$ වෘත්ත දෙකෙහි පොදු ජ්‍යායේ සමීකරණය සොයන්න. එම වෘත්ත දෙක ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍ය සොයා වෘත්ත දෙකෙහි කේන්ද්‍රය යා කරන රේඛාව පොදු ජ්‍යායට ලම්භ බව පෙන්වන්න.

~~එනයින් $y = 8\left(Cos^6\theta + Sin^6\theta\right)$ ලෙස ගනිමින් $-\pi/2 \le \hat{\theta} \le \pi/2$ පරාසය තුළ ශ්‍රිතයේ දළ සටහන ඇඳ එහි උපරිම අගය හා අවම අගය ලියන්න.~~

17. (i) $a\tan\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) = b\tan\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)$ නම්, $\cos 2\theta = \frac{a+b}{2(a-b)}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $f(\theta) = \frac{6(a-b)}{(a+b)} \cdot \cos 2\theta$ වේ. $a = 3$ හා $b = 1$ නම්, $-\alpha < \theta < \alpha$ සඳහා $-3 \le f(\theta) \le 3$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $0 \le \theta \le 2\pi$ ප්‍රාන්තරය තුළ $f(\theta)$ දළ ප්‍රස්තාරය අඳින්න. එකම සටහනේ $|f(\theta)|$ හි දළ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

(iv) $|f(\theta)| = K$ බව දී ඇති විට, $|f(\theta)| = K$ සඳහා මූල 4 ක් තිබීමට අවශ්‍ය K හි අගය ලබා ගන්න.

Roy Dissanayake B.Sc. (Dip. in Ed.)

ද මැසිනොද් විදුහල - කඳාන

De Mazenod College - Kandana

10	S	II

Learning Resource Centre
De Mazenod College
Kandana

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය — 13 ශ්‍රේණිය

2019 ජූලි පරීක්ෂණය

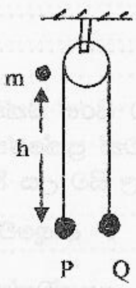
17.07.2019

සංයුක්ත ගණිතය II
Combined Mathematics II

කාලය පැය 3

A කොටස

01. සටහන පරිදි P හා Q අංශුවල ස්කන්ධ $2m$ වන අතර, ඒවා සැහැල්ලු තන්තුවකින් සම්බන්ධ කර ඇත. m ස්කන්ධය ඇති වෙනත් අංශුවක් h උසක සිට සිරුවෙන් මුදා හැරීමෙන් පසු එය P හා ගැටී බද්ධ වී ගමන් කරයි. පද්ධතිය චලිතය ආරම්භ වන ප්‍රවේගය $\frac{\sqrt{2gh}}{5}$ බව පෙන්වා තන්තුවේ ආවේගී ආතතිය $\frac{2m}{5}\sqrt{2gh}$ බව ද පෙන්වන්න. ඉන්පසු ඇතිවන නිදහස් චලිතයදී පද්ධතියේ පොදු ත්වරණය $\frac{g}{5}$ බව ද පෙන්වන්න.



02. පාපැදිකරුවෙක් හා ඔහුගේ පාපැදියේ ස්කන්ධය 90 Kg වේ. ඔහු තිරසට $Sin^{-1}\left(\frac{1}{15}\right)$ ක ආනතියක් ඇති කන්දක් දිගේ පාපැදිය නොපාගා $36\,kmh^{-1}$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරයි. චලිතයට ඇති ප්‍රතිරෝධය සොයන්න. චලිතයට ප්‍රතිරෝධය පාපැදියේ ප්‍රවේගයට සමානුපාතික නම්, තිරස් තලයක $24\,kmh^{-1}$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරන විට පාපැදිකරුගේ ජවය $\frac{800}{3}$ වොට් බව පෙන්වන්න.

(දෙවෙනි පිටුව බලන්න)

03. පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $-10\underline{i}+6\underline{j}$ සහ $2\underline{i}+3\underline{j}$ වන A හා B ලක්ෂවලින් එකවිට චලිතය ඇරඹෙන P හා Q අංශු දෙකක් පිළිවෙලින් $\underline{i}+\underline{j}$ සහ $\underline{V}$ නියත ප්‍රවේගවලින් ගමන් කරයි. $\underline{V}$ ප්‍රවේගය $-2\underline{i}+\underline{j}$ ට සමාන්තර වේ. P හා Q අංශු එකිනෙකට ගැටේ නම්, ගැටුමට ගතවන කාලය 2 බව සාධනය කර, $|\underline{V}|=\frac{5\sqrt{5}}{2}$ බවද පෙන්වන්න. $\underline{i}$ හා $\underline{j}$ යනු ලම්බක ඒකක දෛශික වේ.

4. සුමට සිරස් බිත්තියකට $20m$ ක් ඈතින් තිරස් පොළොව මත පිහිටි A ලක්ෂයක සිට බිත්තියට ලම්බකව P අංශුවක් ප්‍රක්ෂේපණය කරයි. P අංශුව උපරිම උසේදී එය බිත්තියේ ගැටෙයි. ගැටෙන ලක්ෂයට බිත්තියේ පාමුල සිට උස $8m$ වේ.

(i) P අංශුවේ ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය තිරසට $Tan^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)$ බව පෙන්වා ආරම්භක ප්‍රවේගය $\sqrt{410}$ බවද පෙන්වන්න.

(ii) අංශුව ආපසු ගමනේ දී බිත්තිය පාමුල සිට $5m$ ඈතින් පිහිටි $3m$ උස සිරස් කණුවක් උඩින් යන්තමින් යයි නම්, අංශුව හා බිත්තිය අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e නම්, $e=\frac{1}{\sqrt{10}}$ බව ද පෙන්වන්න.

05. දිග $2a$ වන බර w වන AB ඒකාකාර දණ්ඩක් A කෙළවර රළු බිමක් මත තබා බිමට h ඉහළින් වන සුමට කාදැත්තක් මගින් සිරස් තලයක රඳවා දණ්ඩ සිරසට $\hat{\theta}$ ක් ආනතව ඇති විට සමතුලිතාවේ පිහිටයි නම්, $h > a\cos\theta\sin^2\theta$ බවද, දණ්ඩත් බිමත් අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ නම්, $\frac{a\sin\theta\cos^2\theta}{(h-a\cos\theta\sin^2\theta)} < \mu$ බව ද පෙන්වන්න.

([illegible] පිටුව බලන්න)

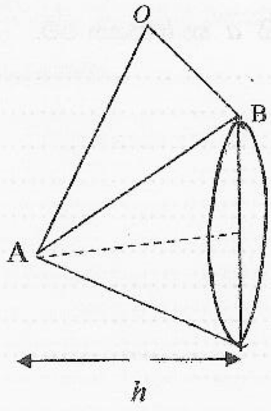
06. දෛශික 2 සඳහා අදිශ ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.

A හා B ලක්ෂවල පිහිටුම් දෛශික $2\underline{i}+3\underline{j}$ හා $\underline{i}+\underline{j}$ වේ. $\underline{i}$ හා $\underline{j}$ ox හා oy දිශාවට ඒකක දෛශික වේ.

i. $A\hat{O}B$ කෝණය සොයන්න.

ii. C හි පිහිටුම් දෛශිකය $-2\underline{i}+\underline{j}$ නම්, $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{AB}$ ට ලම්බ බව පෙන්වන්න.

07.



බර w වන උස h වන ඝණ කේතුවක් එහි අක්ෂය තිරස් වන පරිදි දිග l වන සැහැල්ලු තන්තුවක් මඟින් අචල සුමට O ලක්ෂයක ඇති ඇණයක එල්ලා ඇත.

(i) OA හා OB තන්තු කොටස් එක එකක් සිරසට සාදනු ලබන කෝණය $Sin^{-1}\left(\frac{h}{l}\right)$ බව පෙන්වන්න.

(ii) තන්තුවේ ආතතිය $\frac{wl}{2\sqrt{l^2-h^2}}$ බව ද පෙන්වන්න.

(හතරවෙනි පිටුව බලන්න)

08 ළමයි දෙදෙනෙකු ඉලක්කයට වෙඩි තැබීමේ සම්භාවිතා පිළිවෙලින් $\frac{1}{3}$ හා $\frac{1}{4}$ වේ. දෙදෙනාට වෙඩි තැබීමට එක වතාවක් බැගින් අවස්ථාව දෙනු ලැබේ.

(i) හරියටම එක් අයෙකු පමණක් ඉලක්කයට වෙඩි තැබීමේ සම්භාවිතාවය $\frac{5}{12}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) හරියටම එක් අයෙකු පමණක් ඉලක්කයට වෙඩි තබන්නේ නම්, ඒ පළමුවෙනි ළමයා වීමේ සම්භාවිතාව $\frac{3}{5}$ බව ද පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

09. $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ යන නිරීක්ෂණ වල මධ්‍යනය හා සම්මත අපගමනය පිළිවෙලින් 5 හා 2 වේ. රේඛීය පරිනාමන භාවිතයෙන් පහත දක්වෙන නිරීක්ෂණවල මධ්‍යනය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න.

(i) $\{12, 13, 14, 15, 16, 17, 18\}$ (ii) $\{20, 30, 40, 50, 60, 70, 80\}$

(iii) $\{2a+b, 3a+b, 4a+b, 5a+b, 6a+b, 7a+b, 8a+b\}$ මෙහි a හා b නියත වේ.

....

....

....

....

....

....

....

....

10. සිසුන් 20 දෙනෙකු සංයුක්ත ගණිත ප්‍රශ්න පත්‍රයට ලබාගත් ලකුණුවල මධ්‍යනය 40 වේ. සිසුන් ලබාගත් අඩුම ලකුණු හයෙහි මධ්‍යනය 25 වේ. සිසුන් ලබා ගත් වැඩිම ලකුණු හය 70, 71, 72, 74, 75, හා 78 වේ.

(i) ඉතිරි ළමුන් අට දෙනාගේ ලකුණුවල මධ්‍යයනය 26.25 බවත්,

(ii) සියලුම ලකුණුවල තෙවන චතුර්කය 70.75 බවත් පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

Roy Dissanayake B.Sc. (Dip. in Ed.)