



සංයුක්ත ගණිතය I
Combined Mathematics I

කාලය
පැය 03

A කොටසේ සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න.

A කොටස

(1) 01. සියලු ධන නිඛිල n සඳහා $4^n + 15n - 1$ යන්න 9 න් බෙදෙන බව ගණිත අභ්‍යුහන මූල ධර්මයෙන් සාධනය කරන්න.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

02. $a \neq 0$ වන $ax^2 + bx + c = 0$ සමීකරණයේ මූල තාත්වික ප්‍රතින්න නම්,
 $a^2x^2 + a(3b - 2c)x + (2b - c)(b - c) + ac = 0$ සමීකරණයේ මූලද තාත්වික ප්‍රතින්න බව පෙන්වන්න.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

03. $y_1 = |2x-1|$ සහ $y_2 = 3x+2$ ශ්‍රිතවල දළ සටහන් ඇඳ එමඟින් $|2x-1| < 3x+2$ අසාමාන්‍යතාව සපුරාලන x හි අගය පරාස සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

04. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} \sin x - \sqrt{\cos 2x}}{\tan^2(x/2)} = 6$ බව පෙන්වන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

05. $y = \frac{3a}{x} + 2bx$ වක්‍රයට $(1, 2)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී ඇඳි ස්පර්ශකය $y = 3x + 2$ රේඛාවට සමාන්තර නම්, a හා b සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

06. $x = \tan \theta$ ලෙස යෙදීමෙන් $\int_0^1 \frac{dx}{(x^2+1)^2} = \frac{\pi}{8}(\pi+2)$ බව පෙන්වන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

07. $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ AB පාදයේ සමීකරණය $x+y+2=0$ ද විකර්ණ ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍ය $(4, 2)$ ද වේ. A ලක්ෂ්‍ය හරහා $x+2=0$ සරල රේඛාව ගමන් කරයි. CD පාදයේ සමීකරණය සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

08. $4x-3y+27=0$ සරල රේඛාව A හා B ලක්ෂ්‍ය වලදී $x^2+y^2-4x-10y+4=0$ වෘත්තය ඡේදනය කරයි. වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයේ සිට මෙම රේඛාවට ඇති දුර සොයා $A B$ ඡායායේ දිග අපෝභණය කරන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

09.

$\sin 3\theta$ යන්න $\sin\theta$ මගින් ප්‍රකාශ කරන්න.

$\sin 3\theta + 4\cos^2\theta - 4\sin\theta - 5 = 0$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10.

$\tan^{-1} \frac{x}{2} + \tan^{-1} \frac{x}{3} = \frac{\pi}{4}$ සමීකරණය විසඳන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

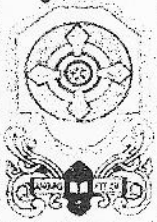
.....

.....

.....

.....

Roy Dissanayake (B.Sc. (Dip. in Ed.))



සංයුක්ත ගණිතය I
Combined Mathematics I

B කොටසේ ප්‍රශ්න හතරකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

B කොටස

(11) (a) b හා c තාත්වික සංඛ්‍යා වූ විට $x^2 + bx + c = 0$ වර්ගජ සමීකරණයෙහි මූල α හා β යැයි ගනිමු.

මූල $p = \alpha + \beta^2$ හා $q = \beta + \alpha^2$ වන වර්ගජ සමීකරණය සොයන්න.

α හා β අතාත්වික වන විට $b = -1$ නම් p හා q මූල තාත්වික බවත්, මෙම අවස්ථාවේ දී $p = q = 1 - c$ බවත් පෙන්වන්න.

(b) $f(x) = x^2 - 2\mu x + \lambda^2 + 2\mu^2 - \mu$ වේ. $\lambda, \mu, \in \mathbb{R}$ වේ.

i. $f(x) = (x - \alpha)^2 + \beta$ සවරූපයට ප්‍රකාශ කර α හා β සඳහා අගයන් λ සහ μ මගින් ප්‍රකාශ කරන්න.

ii. $x = 2$ දී $f(x)$ ට අඩුතම අගය ලැබේ නම් μ හි අගය සොයන්න.

එවිට $f(x)$ ට ගතහැකි අඩුතම අගය λ ඇසුරින් ප්‍රකාශ කරන්න.

මෙවිට $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරය අඳින්න.

(c) $x^2 + kx + 1$ ප්‍රකාශනය $x^4 - 12x^2 + 8x + 3$ හි සාධකයක් වීම සඳහා k ට තිබිය යුතු අගය සොයා එනගින්, $x^4 - 12x^2 + 8x + 3 = 0$ සමීකරණය විසඳන්න.

(12) (a) $r \in Z^+$ සඳහා $U_r = \frac{3(6r+1)}{(3r-1)^2(3r+2)^2}$ යැයි ගනිමු.

$n = 0, 1, 2$ සඳහා r^n හි සංගුණක සැසඳීමෙන් $r \in Z^+$ සඳහා

$3(6r+1) = A(3r-1)^2 + B(3r+2)^2$ වන පරිදි A හා B නියත පවතින බව පෙන්වන්න.

$r \in Z^+$ සඳහා $U_r = f(r) - f(r+1)$ වන පරිදි $f(r)$ සොයන්න.

$r \in Z^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^n U_r = \frac{1}{4} - \frac{1}{(3n+2)^2}$ බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අනන්ත ශ්‍රේණිය අභිසාරී වන බව පෙන්වා එහි ඵෙකාය සොයන්න.

(b) $y = \log_x 4$ ආදේශය මගින් $4 \log_{16} x - 1 = \log_x 4$ සමීකරණය විසඳන්න.

(c) $y = x^2 - 4$ හි දළ ප්‍රස්ථාරය අඳින්න. එනමින් $y = |x^2 - 4|$ ප්‍රස්ථාරය වෙනත් සටහනක අඳින්න.

$|x^2 - 4| \geq 3$ අසමානතාව තෘප්ත කරන x හි පරාස සොයන්න.

(13) (a) $y = x \tan^{-1} x$ වන විට $(x^2 + 1) \frac{d^2 y}{dx^2} + 2x \frac{dy}{dx} - 2y = 2$ බව පෙන්වන්න.

(b) $f(x) = \frac{x}{(x-1)(x-4)}$, $x \neq 1, 4$ ලෙස පරිමේය ශ්‍රිතයක් අර්ථ දක්වා ඇත.

$f'(x) = \frac{4-x^2}{(x-1)^2(x-4)^2}$ බව පෙන්වන්න.

හැරුම් ලක්ෂය සහ ස්පර්ශෝන්මුඛ රේඛා දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

එනමින්,

$-1 < K < -\frac{1}{9}$ සඳහා $K(x-1)(x-4) - x = 0$ සමීකරණයට තාත්වික විසඳුම් නැති

බව අපෝහනය කරන්න.

- (c) අරය a වූ ඝන ගෝලයකින් සෘජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක් කපා ගන්නා ලදී. එහි උස $2x$ වේ. එහි පරිමාව V නම්, $V = 2\pi x(a^2 - x^2)$ බව පෙන්වන්න. x විචලනය වන විට සිලින්ඩරයේ උපරිම පරිමාව $\frac{4\pi a^3}{3\sqrt{3}}$ බව පෙන්වා එය ගෝලයේ පරිමාවෙන් $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ක් විය යුතු බව පෙන්වන්න.
-

(14) (a) නින්න භාග යෙදීමෙන් $\int \frac{7x-10}{x^2(x-2)} dx$ සොයන්න.

(b) කොටස් වශයෙන් අනුකලන ක්‍රමය යොදා ගනිමින් $\int_0^{\pi/2} e^{2x} \sin x dx = \frac{2e^\pi + 1}{5}$ බව පෙන්වන්න.

(c) $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$ බව පෙන්වන්න.

එනමින් $\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \tan x} dx = \frac{\pi}{2}(\pi - 2)$ බව සාධනය කරන්න.

- (15) (a) ABCD යනු රොම්බසයකි. AB හි සමීකරණය $4x - 3y + 15 = 0$ ද BD විකර්ණයේ සමීකරණය $2x + y - 5 = 0$ ද, $A = (-3, 1)$ ද වේ. AC විකර්ණයේ සමීකරණය හා රොම්බසයේ අනෙක් පාද තුනෙහි සමීකරණ සොයන්න. රොම්බසයේ වර්ගඵලය ද සොයන්න.

(b) $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 1 = 0$ වෘත්තය ප්‍රලම්බව ඡේදනය කරන කේන්ද්‍රය මූල ලක්ෂ්‍යය වූ වෘත්තයේ සමීකරණය $x^2 + y^2 = 1$ බව පෙන්වන්න.

තවද, $x^2 + y^2 = 1$ වෘත්තයේ පරිධිය සමච්ඡේදනය කරමින් $(2, 0)$ හරහා යන එසේම, $x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$ වෘත්තය ප්‍රලම්බව ඡේදනය කරන වෘත්තයේ සමීකරණය $2x^2 + 2y^2 - 3x + 6y - 2 = 0$ බව පෙන්වන්න.

(16) (a) $A B C$ ත්‍රිකෝණයක $\cos A + \cos B + \cos C = \frac{3}{2}$ වේ.

$$\cos \frac{B-C}{2} = \frac{\left(1 - 2 \sin \frac{A}{2}\right)^2}{4 \sin \frac{A}{2}} + 1 \text{ බව පෙන්වා,}$$

එනමින්, $A B C$ ත්‍රිකෝණය සමපාද වන බව අපෝහනය කරන්න.

(b) $f(\theta) = 3 \cos^2 \theta + 10 \sin \theta \cos \theta + 27 \sin^2 \theta$ යන්න $a + b \cos(2\theta + \alpha)$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි a, b නියත වන අතර α යනු θ ගෙන් ස්වායත්ත සුළු කෝණයකි.

$[0, \pi]$ ප්‍රාන්තරය තුළ $y = f(\theta)$ ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහන අඳින්න.

$f(\theta) - k = 0$ සමීකරණයට

i එක් විසඳුමක් පමණක් ඇත්තේ,

ii. විසඳුම් දෙකක් ඇත්තේ,

k කවර ප්‍රාන්තරය තුළ පිහිටන විට දැයි ප්‍රස්ථාරය භාවිතයෙන් නිර්ණය කරන්න.

(c) $\sin^{-1} \frac{\sqrt{2}}{3} - \sin^{-1} x = \frac{\pi}{2}$ සමීකරණය විසඳන්න.

Roy Dissanayake B.Sc. (Dip. in Ed.)



සංයුක්ත ගණිතය II
Combined Mathematics II

කාලය
පැය 03

A කොටසේ ප්‍රශ්න සියල්ලටම හා B කොටසේ ප්‍රශ්න 05 කට පිළිතුරු සපයන්න.

01. පොලොව මට්ටමේ පිහිටි A ලක්ෂ්‍යක සිට h උසින් වන O ලක්ෂ්‍යක සිට බෝලයක් $t = 0$ විට u ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව ඉහළට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. එම අංශුව නැවත A ලක්ෂ්‍යය වෙත පැමිණීමට පියාසර කාලය T නම්, ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාරය ඇඳ එනගින් $gT^2 - 2uT - 2h = 0$ බව පෙන්වා $u = \sqrt{2gh}$ වන විට $T > 0$ නම් පියාසර කාලය $(2 + \sqrt{2})\sqrt{\frac{h}{g}}$ බව සාධනය කරන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

02. තිරසරව $\hat{\alpha}$ ආනතව U ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරන අංශුවක තිරස් පරාසය R ද පියාසර කාලය T ද නම් $gT^2 = 2RT \tan \hat{\alpha}$ බව පෙන්වා උපරිම උස H වන විට, $H = \frac{gT^2}{8}$ බවද සාධනය කරන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

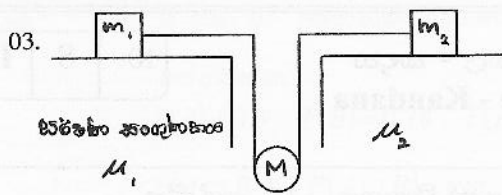
.....

.....

.....

.....

.....



සටහන පරිදි සර්භණ සංගුණක μ_1 හා μ_2 වන රළු මේස පෘෂ්ඨය මත m_1 හා m_2 අංශ තබා පද්ධතිය මුදා හරී. තත්තුවේ ආතතිය T නම්,

$$3g(\mu_1 + \mu_2 + 2) = T \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{4}{M} \right) \text{ බව සාධනය කරන්න.}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

04. a දිගැති ලුහු අවිතනය තත්තුවක එක් කෙළවරක් රළු තිරස් මේසයක් මත නිසලතාවයෙහි තිබෙන M ස්කන්ධයකින් යුතු A භාරයකට ඇඳ තිබේ. තත්තුවේ අනික් කෙළවරට ස්කන්ධය m වන B අංශුවක් ඇඳ A සිට a දුරකින් අල්ලා තබා ගෙන මේසය මත ලක්ෂ්‍යයක සිට උඩු අතට u ප්‍රවේගයෙන් ඉහළට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. A භාරය නිසල යැයි සලකා AB තත්තුව තිරසර $\hat{\theta}$ සාදන විට $a^2 \hat{\theta}^2 = u^2 - 2ga \sin \theta$ බව පෙන්වන්න. තත්තුවේ ආතතිය $T = \frac{m}{a}(u^2 - 3ga \sin \theta)$ බවද සාධනය කරන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

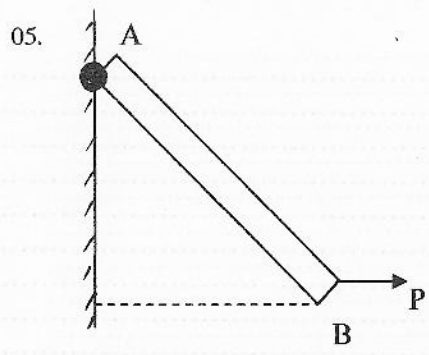
.....

.....

.....

.....

.....



$2w$ බර l දිග ඒකාකාර දණ්ඩකට A අසව්ව වටා නැටීමට නිදහස ඇත. B හි යෙදෙන තිරස් බලයකින් දණ්ඩ තිරස් රේඛාවේ සිට a දුරකින් ඇතිව සමතුලිතව පවතී. බල ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ A අසව්ව මත ප්‍රතික්‍රියාව $w \sqrt{\frac{4l^2 - 3a^2}{l^2 - a^2}}$ බව පෙන්වන්න. P හි අගය සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

06. දෛශික 2 සඳහා අදිශ ගුණිතය අර්ථ දක්වන්න.

1. $|\underline{a}| = |\underline{b}|$ නම් $(\underline{a} + \underline{b})$ සහ $(\underline{a} - \underline{b})$ දෛශික එකිනෙකට ලම්බක බව පෙන්වන්න.

11. $\underline{p} = -2\underline{i} - 3\underline{j}$ සහ $\underline{q} = \underline{i} - 5\underline{j}$ නම්, \underline{p} හා \underline{q} දෛශික අතර කෝණය රේඩියන් $\frac{\pi}{4}$ බව පෙන්වන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

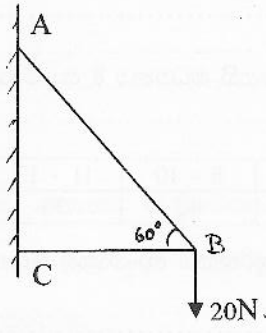
.....

.....

.....

.....

07.



AB, BC දඬු දෙකක් A හා C ලක්ෂ දෙකට අසව් කර ඇත. ඔව් අංකනය මගින් AB හා BC දඬු දෙකෙහි ප්‍රත්‍යාබල සොයන්න. එනමින් A හා C අසව් මත ප්‍රතික්‍රියා අපෝහණය කරන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

08. i. A සහ B අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් භහිෂ්කාර සිද්ධි නම්, $P\left[\frac{A}{(A \cup B)}\right] = \frac{P(A)}{P(A) + P(B)}$ බව පෙන්වන්න.

ii. $P(A) = 0.3$ $P(B) = 0.78$ $P(A \cap B) = 0.15$ වේ. පහත සම්භාවිතා සොයන්න.

$P(A \cap B^1)$, $P(A \cup B)$ සහ $P\left(\frac{A^1}{B}\right)$ සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

09. මල්ලක එකම තරමේ රතු පාට බෝල 4 ක් ද, නිල් පාට 3 ක් ද, ඇත. අහඹු ලෙස එකක් ඉවතට ගෙන එහි පාට සටහන් කර ආපසු දමනු ලැබේ. මෙසේ දෙවරක් කළ පසු සිදුවන ප්‍රතිදාන සඳහා රුක් සටහනක් අඳින්න.

- i. වාර දෙකේදී ම නිල් බෝල වීමේ
- ii. වාර දෙකේදී ම රතු බෝල වීමේ
- iii. ප්‍රථමයෙන් රතු හා පසුව නිල් වීමේ සම්භාවිතා සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10. i. 5, 6, 13, 5, 10, 13, 3, x, y යන නිරීක්ෂණ 9 යෙහි මධ්‍යන්‍ය 8 හා මාතය 5 වේ. x හා y හි අගයන් සොයා

ii.

පන්ති ප්‍රාන්තර	2 - 4	5 - 7	8 - 10	11 - 13	14 - 16
සංඛ්‍යාතය	10	15	40	30	5

මෙම සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාපෘතියේ පළමු චතුර්තකය හා මාතය සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Roy Dissanayake (BSc.Dip.in.Ed.)



ද මැසිනෝද විද්‍යාල - කඳන
De Mazenod College - Kandana

10	S	II
----	---	----



අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය
2016 නොවැම්බර් පරීක්ෂණය

13 ශ්‍රේණිය

සංයුක්ත ගණිතය II
Combined Mathematics II

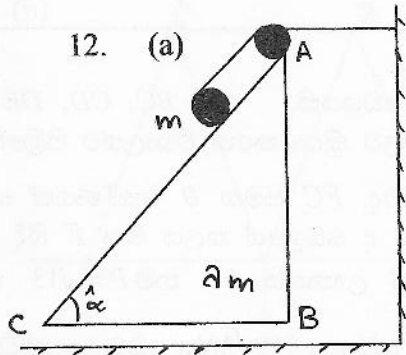
කාලය
පැය 03

B කොටස

11. (a) O ලක්ෂයකින් $\sqrt{ah} \text{ ms}^{-1}$ ආරම්භක ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රත්‍යාස්ථ ඛේලයක් ගමන් කරමින් $a \text{ ms}^{-2}$ ත්වරණයෙන් චලිත වී $h \text{ m}$ දුරක් ගමන් කර සිරස් බිත්තියක ලම්බකව ගැටේ. ඉන්පසු ඛේලය බිත්තියෙන් පොලො පැන ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් යුතුව චලිත වී නැවත O ලක්ෂය වෙත ළඟා වේ. ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. චලිතයට අනුරූප ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාරය අඳින්න.

- i. ඛේලය බිත්තියේ වදින ප්‍රවේගය $\sqrt{3ah}$ බව පෙන්වන්න.
- ii. නැවත O ලක්ෂය වෙත පැමිණීමට මුළු කාලය $\sqrt{\frac{h}{a}} \left\{ \sqrt{3} - 1 + \frac{1}{\sqrt{3e}} \right\}$ බව පෙන්වන්න.

(b) 50 m පළල සමාන්තර ඉවුරු ඇති ගඟක් 4 ms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් ගලා බසී. ගං ඉවුරු දෙකේ වන ලක්ෂයන් දෙකක් A හා B වේ. AB රේඛාව ගං ඉවුරේ ඉහළ දිශාවට 60° ක් ආනත වේ. නිසල ජලයේ $4\sqrt{3} \text{ ms}^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් පිහිනා යා හැකි ළමයෙක් A වලින් ආරම්භ වී, ගං ඉවුරේ ඉහළ දිශාවට $\hat{\theta}$ ආනතව පිහිනා යයි. ළමයා A සිට B පැමිණේ. $\theta = 30^\circ$ විය යුතු බව පෙන්වා A සිට B ට චලිතයට කාලය $\frac{25\sqrt{3}}{3}$ ක් බව පෙන්වන්න. නැවත B සිට A ට පිහිනීමට කාලය ද ලබා ගන්න.



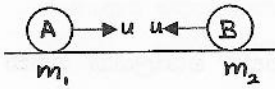
සටහන පරිදි ස්කන්ධය $\lambda \text{ m}$ වන සුමට කුකුළුයක් මත ස්කන්ධය m වන අංශුවක් තබා තත්කුවක් මඟින් සිරස් බිත්තියකට ඇඳ තිබේ. $AC = a$ සහ ආනත බැවුම $\hat{\alpha}$ වේ. පද්ධතිය මුදාහැරිය විට කුකුළුයේ ත්වරණය F නම්,

$$F = \frac{g \sin \alpha}{\{\lambda + 2(1 - \cos \alpha)\}}$$
 බව පෙන්වන්න. අංශුව A සිට C දක්වා චලිත වීමේදී ක හි ප්‍රවේගය $\sqrt{\frac{2a \sin \alpha}{\lambda + 2(1 - \cos \alpha)}}$ බව පෙන්වා තත්කුවේ ආතතිය T නම්,

$$T = \frac{\{\lambda + (1 - \cos \alpha)mg \sin \alpha\}}{\{\lambda + 2(1 - \cos \alpha)\}}$$
 බවද පෙන්වන්න.

- (b) තිරස් බිම්ක h උසකින් පිහිටි ස්ථානයක සිට තිරසට $\hat{\theta}$ කෝණයකින් ආනතව ප්‍රක්ෂේපණය කරන ලද වස්තුවක් ප්‍රක්ෂේපණ ස්ථානයෙන් තිරස් ලෙස a දුරකින් බිම පතිත වේ. වස්තුව එළඹෙන උපරිම උස b නම්, $a^2 \tan^2 \theta - 4a(b-h)\tan \theta - 4(b-h)h = 0$ බව පෙන්වන්න.

13. (a)



සටහන පරිදි ස්කන්ධය m_1 සහ m_2 වන A හා B ගෝල දෙකක් එකිනෙකට මුහුණ ලා u ප්‍රවේගයෙන් යුතුව චලනය වෙමින් සරල ගැටුමක් සිදුවේ. ගැටීමෙන් පසුව A හා B ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශා වලට චලිත වේ. ගැටුමෙන් පසුව A ගෝලය $\frac{u}{2}$ ප්‍රවේගයෙන් චලිත වේ නම් ගැටුමින් පසුව B හි ප්‍රවේගය V යන්න

$$V = \left(\frac{3m_1 - 1}{2m_2} \right) u \text{ බවත් එනයිත් } \frac{m_1}{m_2} > \frac{2}{3} \text{ බවත් පෙන්වන්න. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති}$$

සංගුණකය e නම් $V \leq \frac{3u}{2}$ හා එනයිත් $\frac{m_1}{m_2} \leq \frac{5}{3}$ බවත් පෙන්වන්න.

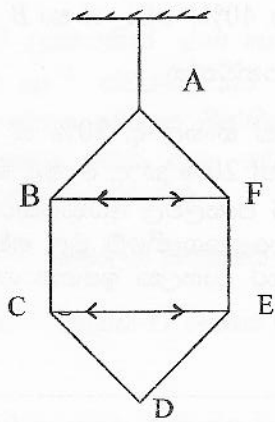
- (b) දිග a වූ සැහැල්ලු අවිනන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් O අවල ලක්ෂ්‍යකට ඇඳ ඇති අතර, අනෙක් කෙළවරින් ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් සම්බන්ධ කරනු ලැබේ. තන්තුව සිරස්ව එල්ලෙමින් නිසලව පවතී. අංශුවට $\sqrt{\lambda ag}$ තිරස් ප්‍රවේගයක් දෙනු ලැබේ. යටිතත් සිරසට $\hat{\theta}$ භ්‍රමණය වූ විට අංශුවේ ප්‍රවේගය V නම් $V^2 = 4ag \left\{ \frac{\lambda}{4} - \sin^2 \frac{\theta}{2} \right\}$ මගින් ලබා දෙන බවත් ආතතිය $T = 6mg \left\{ \frac{\lambda + 1}{6} - \sin^2 \frac{\theta}{2} \right\}$ බවත් පෙන්වන්න. පූර්ණ වෘත්ත චලිතයක් සඳහා $\lambda > 5$ බවද අපෝහණය කරන්න.

14. (a) $A B C D E F$ යනු පැත්තක දිග මීටර 2 ක් වූ සවිධි ෂඩභ්‍රයකි. AB, BC, CD, DE සහ EF පාද ඔස්සේ අක්ෂර අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරන විශාලත්ව පිළිවෙලින් නිව්ටන් 4, 3, 2, 5 සහ 6 ක් වූ බල ක්‍රියා කරයි. තවද, FC සමඟ $\hat{\theta}$ කෝණයක් සාදන දිශාවකට විශාලත්වය නිව්ටන් P වූ වෙනත් P බලයක් ද ෂඩභ්‍රයේ තලය මත F හිදී ක්‍රියා කරයි. ඉහත බල පද්ධතිය බල යුග්මයකට පමණක් උභයතය වේ නම් $P = \sqrt{13}$ බවත් $\hat{\theta} = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}}{7} \right)$ බවත් සාධනය කර බල යුග්මයේ සූර්ණය $19\sqrt{3} \text{ Nm}$ බව පෙන්වන්න. යුග්මයේ අභිදිශාව ලියන්න.

- (b) දිග $2a$ වන AB නම් ඒකාකාර බර දණ්ඩක් එහි A කෙළවර රළ බිමක් මත තබා බිමට h ඉහළින් වන සුමට නාදැත්තක් මඟින් සිරස් තලයක රඳවා දණ්ඩ සිරසට $\hat{\theta}$ කෝණයක් ආනතව ඇති විට සමතුලිතතාවේ පිහිටයි නම්, නාදැත්ත මත ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{Wa \sin \theta \cos \theta}{h}$ බව පෙන්වා $h > a \cos \theta \sin^2 \theta$ වියයුතු බවද සාධනය කරන්න. දණ්ඩක් බිමත් අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ නම්, $\frac{a \sin \theta \cos^2 \theta}{(h - a \cos \theta \sin^2 \theta)} < \mu$ වියයුතු බවද සාධනය කරන්න.



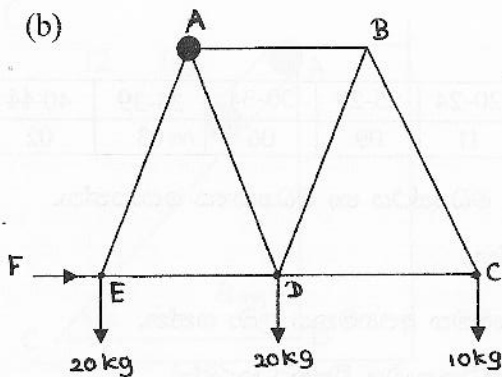
15. (a)



දිග $2a$ සහ බර w බැගින් වන ඒකාකාර දඬු 6 ක් A, B, C, D, E, F ලක්ෂ වලදී සුමටව සන්ධි කර A වලින් එල්ලා සමාකාර ෂඩස්‍රයක් ආකාරයෙන් සමතුලිතව තබා ඇත්තේ BF, CE සැහැල්ලු දඬු දෙකක් මඟිනි.

- i. D සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{\sqrt{3}w}{2}$ බව පෙන්වන්න.
- ii. CE යා කරන සැහැල්ලු දණ්ඩේ තෙරපුම $\frac{\sqrt{3}w}{2}$ බව ද,
- iii. BF යා කරන සැහැල්ලු දණ්ඩේ තෙරපුම $\frac{5\sqrt{3}w}{2}$ බවද සාධනය කරන්න.

(b)



දඬු හතකින් යුත් සැහැල්ලු රාමු සැකිල්ලක් රූපයේ දක් වේ. E, D, C ලක්ෂ මත බර එල්ලා ඇති අතර A ලක්ෂය සුමටව සන්ධි කර ඇත. F හි තිරස් බලයක් යොදා පද්ධතිය සමතුලිතව තබා ඇත. දඬුවල දිග සමාන වේ. A සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාව හා දිශාව සොයන්න. "බෝ" අංකනය යෙදීමෙන් දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල ගණනය කරන්න.

16. (a) S නියැදි අවකාශයක් මත අර්ථ දක්වනු ලැබූ A හා B ඕනෑම සිද්ධි දෙකක් නම් ප්‍රත්‍යක්ෂමය සම්භාවිතාව යොදා ගනිමින්

i. $P(A \cap B^1) = P(A) - P(A \cap B)$

ii. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ බව සාධනය කරන්න.

$P(A) = \frac{3}{8}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ හා $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ නම් $P(A^1 \cap B^1)$ සොයන්න.

(b) x සහ y සිද්ධි දෙකක් එකිනෙකට සවායන්න නම් එවිට $P(x^1 \cap y^1) = P(x^1) \cdot P(y^1)$ බව පෙන්වන්න.

සාමාන්‍ය පෙළ විභාගයෙන් ඉංග්‍රීසි විෂයය නාගරික ශිෂ්‍යයෙක් (A) සමත්වීමේ ප්‍රතිශතය 75% ක් වේ. ගම්බද ශිෂ්‍යයෙක් (B) සමත්වීමේ ප්‍රතිශතය 40% වේ. A හා B දෙදෙනාගෙන් එක් අයෙක් පමණක් සමත්වීමේ සම්භාවිතාව $\frac{27}{50}$ බව පෙන්වන්න.

(c) වත්තල නගරයේ ජීවත් වන ජනතාව ගෙන් 70% ක් සිංහල ද, 20% ක් දෙමළ ද, 10% ක් මුස්ලිම් ද වේ. එම ජනතාවගේ සිංහල ශිෂ්‍යයන්ගෙන් 20% ක් ද, දෙමළ ශිෂ්‍යයින්ගෙන් 40% ක් ද, මුස්ලිම් ශිෂ්‍යයින්ගෙන් 30% ක් ද ජාත්‍යන්තර පාසල්වල අධ්‍යාපනය ලබයි. සසම්භාවී ලෙස තෝරාගත් ශිෂ්‍යයෙක් ජාත්‍යන්තර පාසලක ඉගෙනගැනීමේ මුද්‍ර සම්භාවිතාව 0.25 ක් බව පෙන්වන්න. තෝරාගත් ශිෂ්‍යයෙකු ජාත්‍යන්තර පාසලක ඉගෙන ගනී නම්, එවිට ඔහු සිංහල ශිෂ්‍යයෙකු වීමේ සම්භාවිතාව ද සොයන්න.

17. (a) $x_1, x_2, x_3, \dots, x_i, \dots, x_n$ නිරීක්ෂණ සහිත අසමුහිත දත්ත කුලකයක විචලනාවය $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$ වේ. \bar{x} යනු මධ්‍යනය වේ. එනමින් $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}\right)^2$ බව සාධනය කරන්න.

i. 2, 3, 6, 2, 1, x, y, Z යන නිරීක්ෂණ 8 හි මධ්‍යනය 4 සහ මාතය 6 වේ. x, y, Z හි අගයන් ගණනය කර එමඟින් මධ්‍යස්ථය සහ සම්මත අපගමනය සොයන්න.

ii. $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ නිරීක්ෂණ වල $\sum x_i = 10$, $\sum x_i^2 = 260$ සහ $S^2 = 25$ නම් n හි අගය සොයන්න.

(b) සාමූහික සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පහත දැක්වේ.

පන්ති ප්‍රාන්තර	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44
සංඛ්‍යාතය	04	05	11	09	06	03	02

- (i) මෙම සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තියට අනුරූප මාතය, මධ්‍යස්ථය හා මධ්‍යන්‍යය සොයන්න.
- (ii) තුන්වන චතුර්තකය (Q_3) ගණනය කරන්න.
- (iii) ව්‍යාප්තියට අනුරූප විචලනාවය සොයා සම්මත අපගමනය ලබා ගන්න.
- (iv) කුටිකතා සංගුණකය සොයා ව්‍යාප්තියේ කුටිකතාවය විස්තර කරන්න.

Roy Dissanayake B.Sc. (Dip. in Ed.)